



ÇİFT YÖNLÜ FONKSİYONEL DERECELENMİŞ MALZEMELİ TIMOSHENKO KİRİŞLERİNİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

Timuçin Alp ASLAN (ORCID: 0000-0002-7558-3568)^{1*}
Ahmad Reshad NOORI (ORCID: 0000-0001-6232-6303)²
Beytullah TEMEL (ORCID:0000-0002-1673-280X)¹

¹Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana, Türkiye
²İstanbul Gelişim Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

Geliş / Received: 17.09.2019

Kabul / Accepted: 20.11.2019

ÖZ

Bu çalışmada, çift yönlü fonksiyonel derecelenmiş malzemeden (FDM) yapılmış doğru eksenli kirişlerin serbest titreşim analizi frekans uzayında incelenmiştir. FDM çubukları idare eden denklemler birinci mertebe kayma deformasyon teorisine dayalı minimum toplam enerji prensibi yardımıyla elde edilmiştir. Temel denklemler, birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımına dönüştürülür. Kanonik halde elde edilen bu denklemler, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) yardımıyla sayısal olarak çözülmektedir. Problemin serbest titreşim analizi için, Fortran dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programının doğruluğu, bu çalışmanın sonuçları ve literatürdeki mevcut sonuçların karşılaştırılması ile gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: fonksiyonel derecelenmiş malzeme, tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi, serbest titreşim analizi

FREE VIBRATION ANALYSIS OF BI-DIRECTIONAL FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS TIMOSHENKO'S BEAMS

ABSTRACT

In this study, free vibration analysis of straight axis beams made of bi-directional functionally graded material (FGM) has been investigated in frequency space. The governing equations of FGM beams are obtained with the help of the principle of minimum total energy based on the first-order shear deformation theory (FSDT). The basic equations are converted to a set of ordinary differential equations (ODEs). These canonical equations are solved numerically by the Complementary Functions Method (CFM). For the free vibration analysis of the problem, a computer program is coded in Fortran. The validity of the written computer program has been shown by the comparison of the presented results with the available literature.

Keywords: functionally graded materials, complementary functions method, free vibration analysis

*Corresponding author / Sorumlu yazar. Tel.:05318563056; e-mail / e-posta:taslan@cu.edu.tr

1. GİRİŞ

FDM'ler, iki veya daha fazla farklı malzemelerin karışımı ile daha dayanıklı malzeme oluşturulması için bir yapı içerisinde kademeli olarak değişmesiyle oluşturulan malzemedir. FDM'ler havacılık, tıp, savunma, enerji alanlarında ve önemli endüstri kollarında yaygın bir yapı elemanı olarak kullanılmaktadır. Bu tür yapıların serbest titreşim ve dinamik davranışı önemli bir mühendislik problemi haline gelmiştir. Bu nedenle konuyla ilgili birçok çalışma yapılmıştır.

Qian ve Ching [1], çift yönlü FD konsol kirişlerin serbest titreşim frekanslarını, ağırsız yerel Petrov-Galerkin yöntemini kullanarak incelemiştir. Goupee ve Vel [2], malzeme dağılımlarını çift yönlü düzenleyerek optimize eden elemansız Galerkin yöntemiyle FD kirişlerin serbest titreşim frekanslarını elde etmişlerdir. Aydoğdu ve Taşkın [3], basit mesnetli FDM kirişin serbest titreşim frekanslarını çeşitli yüksek mertebeli ve klasik kiriş teorilerini kullanarak hesaplamışlardır. Hareket denklemleri Hamilton prensibi ile elde etmişler ve Navier tipi çözüm yöntemini kullanarak kirişin doğal frekanslarını bulmuşlardır. Lu ve ark. [4] çalışmalarında, diferansiyel quadrature metodunu kullanarak farklı sınır şartları için çift yönlü FDM'li kirişlerin yarı analitik çözümlerini sunmuşlardır. Sina ve ark.[5], geleneksel birinci mertebeden kayma deformasyon teorisinden farklı yeni bir kiriş teorisi kullanarak, FD kirişlerin serbest titreşim frekanslarını hesaplamışlardır. Pradhan ve Chakraverty [6] ise analizlerini, klasik ve birinci dereceden kayma deformasyon kiriş teorilerine dayandırmaktadırlar. Kalınlık boyunca malzeme özellikleri değişen kiriş kesitlerinin yer değiştirme bileşenlerini gösteren deneme fonksiyonlarını, basit cebirsel polinom formlarında ifade etmişler ve temel denklemleri Rayleigh-Ritz metodu ile elde etmişlerdir. Şimşek [7], çeşitli sınır koşullarında FDM Timoshenko kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemiştir. Timoshenko kiriş teorisine ve Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanan Lagrange denklemleri ile türettiği hareket denklemlerini Newmark- β yöntemiyle çözmüştür. Nguyen ve ark. [8], eksenel yüklü kirişlerin statik ve serbest titreşimleri için birinci mertebeli kayma deformasyon çubuk teorisini geliştirmişlerdir. Hareket denklemleri Hamilton ilkesinden türetilmiş ve basit mesnetli fonksiyonel olarak derecelenmiş kirişler için denklemlerin analitik çözümlerini sunmuşlardır. Wang ve ark. [9], çift yönlü FD kirişin, serbest titreşimi için teorik bir araştırma yapmışlardır. Sonuçlarda, malzeme özelliklerinin kiriş uzunluğu ve kalınlığındaki meydana getirdiği değişikliklerin doğal frekanslar üzerinde güçlü bir etkisi olduğunu göstermişlerdir. Turan ve Kahya [10] çalışmalarında, birinci mertebeli kayma deformasyonu teorisine dayalı olarak FD kirişlerin doğal frekanslarını Navier çözüm yöntemi ile elde etmişlerdir. Hareket denklemlerini Lagrange eşitlikleri ile türetmişler, problemin çözümünde ise trigonometrik fonksiyonlar kullanmışlardır. Karamanlı [11], çift yönlü FD kirişlerin serbest titreşim analizini 3. mertebeli kayma deformasyon teorisine dayalı olarak yapmıştır. Diğer bir çalışmada [12] ise, dört bilinmeyenli kayma ve normal deformasyon teorisini kullanarak çift yönlü FD kirişlerin serbest titreşim frekanslarını araştırmıştır.

Yapılan araştırmalarda, literatürde çift yönlü FD Timoshenko kiriş teorisine dayalı serbest titreşim analizleri yapan birçok farklı çalışma bulunduğu görülmüştür. Fakat doğru eksenli FD Timoshenko çubuklarının serbest titreşim davranışını TFY ile frekans uzayında inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışmada sunulan yöntemle bulunan çözümlerin doğruluğu, literatürde bulunan sonuçlar ile karşılaştırılarak gösterilecektir.

2. MATERYAL VE METOT



Şekil 1. Malzeme özelliklerinin kiriş boyunca çift yönlü değişimi

ÇİFT YÖNLÜ FONKSİYONEL DERECELENMİŞ MALZEMELİ TIMOSHENKO KİRİŞLERİNİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

İki boyutlu doğru eksenli FDM çubukların (Şekil 1.) elastisite modülü, $E(x, z)$, kütleli yoğunluğu, $\rho(x, z)$, ve kayma modülü gibi malzeme özelliklerinin çift yönlü olarak, aşağıdaki denklemlerde verildiği şekilde eksponansiyel olarak değiştirildiği kabul edilmektedir.

$$P(x, z) = P_{LB} e^{n_x(\frac{x}{L}) + n_z(\frac{z}{h} + \frac{1}{2})} \quad (1)$$

Burada $P(x, z)$, malzeme özelliklerini ifade etmektedir. n_x ve n_z ise, malzemeye ait hacim oranının kiriş eksenine ve kalınlığı boyunca dağılımını belirleyen malzeme değişim katsayılarıdır. Birinci mertebe kayma deformasyonu teorisine göre U_x ve U_z eksenel ve düşey yer değiştirme, ε_x , x doğrultusundaki eksenel, γ_{xz} ise açılma şekli değiştirmeyi ifade etmekte olup, (2-4) denklemlerinde verilmektedir.

$$U_x = u(x, t) + z \theta(x, t); \quad U_z = w(x, t); \quad (2)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x} = u' + z \theta' \quad (3)$$

$$\gamma_{xz} = \theta + w' \quad (4)$$

İç kuvvetler ve gerilmeler arasındaki ilişki, aşağıda integral formunda verilmektedir.

$$N_x = b \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x dz = b \int_{-h/2}^{+h/2} E(x, z)(\varepsilon_x) dz \quad (5)$$

$$M_x = b \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x z dz = b \int_{-h/2}^{+h/2} E(x, z)(\varepsilon_x) z dz \quad (6)$$

$$Q_z = b \int_{-h/2}^{+h/2} k_s \tau_{xz} dz = b \int_{-h/2}^{+h/2} k_s \frac{E(x, z)}{2(1 + \nu)} \gamma_{xz} dz \quad (7)$$

FDM'li çubukların Toplam potansiyel enerjisi ve kinetik enerjisi,

$$\Pi_t = \int_0^l \int_A \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \tau_{xz} \gamma_{xz}) - (p_x u + p_z w) dA dx \quad (8)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \int_A \rho(x, z) (\dot{U}_x^2 + \dot{U}_z^2) dA dx \quad (9)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, p_x ve p_z çubuk ekseninin birim boyuna etkiyen yayılı dış kuvvetlerdir. ρ , kütleli yoğunluğu, \dot{U}_x ve \dot{U}_z ise sırasıyla, kiriş üzerindeki bir noktanın hızının x ve z doğrultularındaki bileşenleridir. Sistemin Lagrangianı, kinetik enerjiden potansiyel enerjiyi çıkararak elde edilmektedir.

$$L = T - \Pi_t \quad (10)$$

Hamilton Prensipleri ise, Lagrangian'ın zamana göre integralinin varyasyonunu sıfır yapan varsayımdır.

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = 0 \quad (11)$$

Gerekli büyüklüklerin impulsif bileşenleri ve türevleri bulunarak doğru eksenli FDM kirişlere ait kısmi diferansiyel denklemler aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

T.A. ASLAN, A.R. NOORI, B. TEMEL

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{A_{12}M_x - A_{22}N_x}{b(A_{12}^2 - A_{11}A_{22})} \quad (12)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{Q_z}{b ks A_{33}} - \theta \quad (13)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{-A_{11}M_x + A_{12}N_x}{b(A_{12}^2 - A_{11}A_{22})} \quad (14)$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = -p_x + I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial Q_z}{\partial x} = -p_z + I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (16)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial x} = Q_z + I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (17)$$

Burada, $A_{11}, A_{12}, A_{22}, A_{33}$ kesit rijitlik sabitleri, I_0, I_1, I_2 kütsesel atalet momentleridir.

Sistem hareket denklemlerinin (12-17) Laplace dönüşümü alınır, kısmi diferansiyel denklemler adi diferansiyel denklem takımı haline dönüşmektedir. Böylece, Laplace uzayında FDM’li çubukların davranışını ifade eden adi diferansiyel denklem takımı, kanonik formda aşağıdaki şekilde elde edilmektedir.

$$\frac{d\bar{u}}{dx} = \frac{A_{12}\bar{M}_x - A_{22}\bar{N}_x}{b(A_{12}^2 - A_{11}A_{22})} \quad (18)$$

$$\frac{d\bar{w}}{dx} = \frac{Q_z}{b ks A_{33}} - \bar{\theta} \quad (19)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dx} = \frac{-A_{11}\bar{M}_x + A_{12}\bar{N}_x}{b(A_{12}^2 - A_{11}A_{22})} \quad (20)$$

$$\frac{d\bar{N}_x}{dx} = -\bar{p}_x + I_0 s^2 \bar{u} + I_1 s^2 \bar{\theta} \quad (21)$$

$$\frac{d\bar{Q}_z}{dx} = -\bar{p}_z + I_0 s^2 \bar{w} \quad (22)$$

$$\frac{d\bar{M}_x}{dx} = \bar{Q}_z + I_1 s^2 \bar{u} + I_2 s^2 \bar{\theta} \quad (23)$$

Burada () ile gösterilen ifadeler büyüklüklerin Laplace Dönüşümünü göstermektedir. s , Laplace parametresi olup, kompleks bir sayıdır [13]. Serbest titreşim analizleri için Laplace parametresi ‘ s ’, serbest titreşim parametresi, “ $i\omega$ ” ile değiştirilmiştir. Doğal titreşim frekansları hesaplanırken dış yükler sıfır alınmaktadır. Katsayılar matrisinin determinantını sıfır yapan değerler serbest titreşim frekanslarını vermektedir. Frekans uzayında elde edilen skaler formdaki adi diferansiyel denklemler 5. mertebe RK5 algoritması kullanılarak TFY yardımıyla sayısal olarak çözülmektedir [14],[15].

3. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde, malzeme özellikleri eksponansiyel olarak değişen kirişlerin farklı sınır şartları ve farklı boy-kalınlık oranları için boyutsuz serbest titreşim frekansları hesaplanmıştır. Frekans değeri aşağıdaki ifade ile boyutsuz hale getirilmiştir.

$$\lambda = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_{LB}}{E_{LB}}} \quad (24)$$

Ele alınan kirişin malzeme ve geometrik özellikleri şöyledir: elastisite modülü, $E_{LB} = 210GPa$, yoğunluğu, $\rho_{LB} = 7850 \text{ kg/m}^3$, Poisson oranı, $\nu=0.3$; kesit genişliği, $b= 0.5 \text{ m}$, yüksekliği, $h=1 \text{ m}$ olarak alınmıştır. Uygulamalarda kayma düzeltme faktörü, $k_s = 5/6$, olarak alınmıştır.

ÇİFT YÖNLÜ FONKSİYONEL DERECELENMİŞ MALZEMELİ TIMOSHENKO KİRİŞLERİNİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

Çalışmada, ilk olarak farklı boy/kalınlık oranları için ankastre-ankastre (A-A) sınır şartlarına sahip çift yönlü FD kirişin boyutsuz frekansı incelenmiştir. Bu çalışmada bulunan boyutsuz frekanslar, literatürde verilen değerler ile tablo 1.-2. üzerinde karşılaştırılmıştır.

Tablo 1. Ankastre- Ankastre sınır şartları ve L/h=5 oranı için boyutsuz frekans değerleri

| | | Şimşek [7] | Bu çalışma | Şimşek [7] | Bu çalışma | Şimşek [7] | Bu çalışma | Şimşek [7] | Bu çalışma |
|-------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | n_z | | | | | | | |
| | | 0 | | 0.4 | | 0.8 | | 1 | |
| n_x | 0 | 5.1943 | 5.1946 | 5.1806 | 5.1811 | 5.1396 | 5.1410 | 5.1083 | 5.1113 |
| | 0.4 | 5.1982 | 5.1987 | 5.1845 | 5.1852 | 5.1435 | 5.1451 | 5.1123 | 5.1153 |
| | 0.8 | 5.2119 | 5.2110 | 5.1962 | 5.1975 | 5.1552 | 5.1573 | 5.1240 | 5.1275 |
| | 1 | 5.2197 | 5.2204 | 5.2060 | 5.2069 | 5.1650 | 5.1666 | 5.1337 | 5.1368 |

Tablolar incelendiğinde, FDM’li kirişler için bu çalışmada hesaplanan boyutsuz frekans değerlerinin literatür ile uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

Ayrıca, eksenel yöndeki malzeme değişim katsayısı, n_x ’in kalınlık yönündeki malzeme değişim katsayısı, n_z ’ye göre boyutsuz frekans değerleri üzerinde daha etkili olduğu anlaşılmıştır. Diğer yandan L/h oranı arttıkça frekans değerlerinin arttığı görülmüştür.

Tablo 2. Ankastre- Ankastre sınır şartları ve L/h=20 oranı için boyutsuz frekans değerleri

| | | Şimşek [7] | Bu çalışma | Şimşek [7] | Bu çalışma | Şimşek [7] | Bu çalışma | Şimşek [7] | Bu çalışma |
|-------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | n_z | | | | | | | |
| | | 0 | | 0.4 | | 0.8 | | 1 | |
| n_x | 0 | 6.3486 | 6.3495 | 6.3251 | 6.3250 | 6.2529 | 6.2529 | 6.2001 | 6.1999 |
| | 0.4 | 6.3564 | 6.3556 | 6.3310 | 6.3311 | 6.2587 | 6.2589 | 6.2060 | 6.2059 |
| | 0.8 | 6.3740 | 6.3740 | 6.3486 | 6.3495 | 6.2763 | 6.2771 | 6.2236 | 6.2239 |
| | 1 | 6.3876 | 6.3879 | 6.3623 | 6.3633 | 6.2900 | 6.2908 | 6.2373 | 6.2375 |

İlave olarak, farklı sınır şartları ve farklı boy/kalınlık oranları için FDM’li kirişin ilk beş boyutsuz frekans değeri hesaplanmıştır. Ankastre-Ankastre (A-A), Ankastre-Sabit (A-S), ve Ankastre-Serbest (A-Se) sınır şartları için elde edilen frekans değerleri sırasıyla Tablo 3.-5.’de verilmektedir.

Tablo 3. Ankastre-Ankastre sınır şartları için kirişin boyutsuz frekans değerleri

| | | L/h=5 | | | L/h=20 | | |
|-------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | n_z | | | | | |
| | | 0 | 0.5 | 1 | 0 | 0.5 | 1 |
| n_x | 0 | 5.1946 | 5.1736 | 5.1113 | 6.3495 | 6.3114 | 6.1999 |
| | | 11.8905 | 11.8568 | 11.7564 | 17.1312 | 17.0326 | 16.7440 |
| | | 15.7080 | 15.7080 | 15.7080 | 32.6816 | 32.5033 | 31.9802 |
| | | 19.8165 | 19.7734 | 19.6448 | 52.3085 | 52.0403 | 51.2518 |
| | | 28.3143 | 28.2655 | 28.1196 | 62.8319 | 62.8319 | 62.8319 |
| | 0.5 | 5.2010 | 5.1799 | 5.1176 | 6.3590 | 6.3209 | 6.2093 |
| | | 11.8986 | 11.8648 | 11.7644 | 17.1437 | 17.0451 | 16.7563 |
| | | 15.7576 | 15.7576 | 15.7576 | 32.6947 | 32.5164 | 31.9930 |
| | | 19.8241 | 19.7810 | 19.6523 | 52.3215 | 52.0533 | 51.2646 |
| | | 28.3213 | 28.2725 | 28.1264 | 63.0305 | 63.0305 | 63.0305 |
| | 1 | 5.2204 | 5.1993 | 5.1368 | 6.3879 | 6.3496 | 6.2375 |
| | | 11.9228 | 11.8890 | 11.7882 | 17.1814 | 17.0826 | 16.7931 |
| | | 15.9057 | 15.9057 | 15.9057 | 32.7340 | 32.5554 | 32.0316 |
| | | 19.8469 | 19.8037 | 19.6747 | 52.3605 | 52.0921 | 51.3029 |

| | | | | | | | |
|--|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | 28.3421 | 28.2933 | 28.1470 | 63.6226 | 63.6226 | 63.6226 |
|--|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|

Farklı sınır şartlarına ait tablolar (Tablo 3.-5.) incelendiğinde; en büyük boyutsuz doğal frekans değerinin A-A mesnetli kirişte, en küçük frekans değerinin ise A-Se mesnetli kirişte meydana geldiği görülmüştür. A-A mesnetli kirişte, n_x katsayısı artarken frekans değerinin arttığı ve n_z katsayısı artarken frekans değerlerinin azaldığı görülmüştür. A-B ve A-S mesnetli kirişlerde ise, n_x ve n_z katsayıları artarken frekans değerlerinin azaldığı görülmüştür.

Tablo 4. Ankastre-Sabit sınır şartları için kirişin boyutsuz frekans

| | | L/h=5 | | | L/h=20 | | |
|-------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | n_z | | | | | |
| | | 0 | 0.5 | 1 | 0 | 0.5 | 1 |
| n_x | 0 | 3.8788 | 3.8644 | 3.8222 | 4.4068 | 4.3861 | 4.3257 |
| | | 10.6456 | 10.6042 | 10.4822 | 14.0433 | 13.9653 | 13.7374 |
| | | 15.7080 | 15.6683 | 15.5502 | 28.6158 | 28.4560 | 27.9884 |
| | | 18.8203 | 18.7827 | 18.6720 | 47.5235 | 47.2588 | 46.4849 |
| | | 27.6462 | 27.5801 | 27.3836 | 70.1204 | 69.8148 | 94.0236 |
| | 0.5 | 3.7413 | 3.7271 | 3.6857 | 4.2568 | 4.2364 | 4.1769 |
| | | 10.5471 | 10.5051 | 10.3810 | 13.9125 | 13.8343 | 13.6058 |
| | | 15.7576 | 15.7161 | 15.5921 | 28.4898 | 28.3296 | 27.8607 |
| | | 18.7427 | 18.7064 | 18.5999 | 47.4020 | 47.1367 | 46.3609 |
| | | 27.5895 | 27.5221 | 27.3221 | 70.0035 | 69.7009 | 93.9100 |
| | 1 | 3.6015 | 3.5876 | 3.5469 | 4.1084 | 4.0883 | 4.0296 |
| | | 10.4593 | 10.4167 | 10.2911 | 13.8006 | 13.7222 | 13.4929 |
| | | 15.9057 | 15.8615 | 15.7298 | 28.3863 | 28.2258 | 27.7558 |
| | | 18.6761 | 18.6418 | 18.5411 | 47.3042 | 47.0388 | 46.2625 |
| | | 27.5427 | 27.4742 | 27.2709 | 69.9101 | 69.6134 | 93.8198 |

Tablo 5. Ankastre-Serbest sınır şartları için kirişin boyutsuz frekans değerleri

| | | L/h=5 | | | L/h=20 | | |
|-------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | n_z | | | | | |
| | | 0 | 0,5 | 1 | 0 | 0,5 | 1 |
| n_x | 0 | 0.9843 | 0.9786 | 0.9617 | 1.0130 | 1.0067 | 0.9884 |
| | | 5.3011 | 5.2782 | 5.2103 | 6.2742 | 6.2363 | 6.1255 |
| | | 7.8540 | 7.8540 | 7.8540 | 17.2513 | 17.1507 | 16.8563 |
| | | 12.6177 | 12.5767 | 12.4548 | 31.4159 | 31.4159 | 31.4159 |
| | | 20.9483 | 20.8978 | 20.7473 | 32.9650 | 32.7821 | 32.2455 |
| | 0,5 | 0.8451 | 0.8401 | 0.8256 | 0.8673 | 0.8619 | 0.8463 |
| | | 5.0450 | 5.0233 | 4.9591 | 5.9839 | 5.9478 | 5.8421 |
| | | 7.0775 | 7.0775 | 7.0775 | 16.9835 | 16.8845 | 16.5947 |
| | | 12.4153 | 12.3749 | 12.2552 | 28.3100 | 28.3100 | 28.3100 |
| | | 20.7722 | 20.7224 | 20.5734 | 32.7046 | 32.5231 | 31.9908 |
| | 1 | 0.7221 | 0.7178 | 0.7054 | 0.7393 | 0.7348 | 0.7214 |
| | | 4.7935 | 4.7731 | 4.7126 | 5.7039 | 5.6694 | 5.5688 |
| | | 6.3414 | 6.3414 | 6.3414 | 16.7387 | 16.6412 | 16.3556 |
| | | 12.2259 | 12.1863 | 12.0686 | 25.3656 | 25.3656 | 25.3656 |
| | | 20.6089 | 20.5595 | 20.4122 | 32.4695 | 32.2893 | 31.7610 |

*ÇİFT YÖNLÜ FONKSİYONEL DERECELENMİŞ MALZEMELİ TIMOSHENKO KİRİŞLERİNİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ***4. SONUÇLAR**

Bu çalışmada, birinci merteye kayma deformasyon teorisine dayalı, çift yönlü FDM’li doğru eksenli çubukların serbest titreşim analizi yapılmıştır. Frekans uzayında elde edilen skaler formdaki adi diferansiyel denklemlerin çözümleri, RK5 algoritmasına dayalı TFY ile yapılmaktadır. Ele alınan problemin boyutsuz frekansları literatürde verilen değerlerle karşılaştırılmış ve elde edilen frekansların literatür ile uyum içerisinde oldukları görülmüştür. Çalışmada ayrıca, malzeme değişim katsayılarının, farklı sınır şartları ve farklı boy/kalınlık oranlarının FDM’li çubukların doğal titreşim frekansları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Malzeme parametreleri, farklı sınır şartları ve farklı boy/kalınlık oranlarının kirişin doğal titreşim frekanslarını önemli ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] QIAN, L. F., CHING, H.K., “Static and Dynamic Analysis of 2-D Functionally Graded Elasticity by Using Meshless Local Petrov-Galerkin Method”, Journal of the Chinese Institute of Engineers, 27 (4), 491-503, 2004.
- [2] GOUPEE, A. J., VEL S. S., “Optimization of Natural Frequencies of Bi-directional Functionally Graded Beams”, Struct Multidisc Optim., 32, 473-484, 2006.
- [3] AYDOĞDU, M., TASKIN, V., “Free Vibration Analysis of Functionally Graded Beams with Simply Supported Edges”, Materials & Design, 28(5), 1651-1656, 2007.
- [4] LU, C. F., CHEN, W. Q., XU, R. Q., LIM, C.W., “Semi-Analytical Elasticity Solutions For Bi-Directional Functionally Graded Beams, International Journal of Solids and Structures, 45, 258-275, 2008.
- [5] SINA, S. A., NAVAZI, H. M., H. HADDADPOUR, “An Analytical Method for Free Vibration Analysis of Functionally Graded Beams”, Materials and Design, 30, 741-747, 2009.
- [6] PRADHAN, K.K., CHAKRAVERTY, S., “Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh-Ritz method”, Composites: Part B, 51, 175-184, 2013.
- [7] ŞİMŞEK, M. “Bi-Directional Functionally Graded Materials (BDFGMs) for Free and Forced Vibration of Timoshenko Beams with Various Boundary Conditions”, Composite Structures, 133(1), 968-978, 2015.
- [8] NGUYEN, T.K., VO. THUC, P., HUU-TAI THAI, “Static and Free Vibration Of Axially Loaded Functionally Graded Beams Based On The First-Order Shear Deformation Theory”, Composites: Part B, 55, 147-157, 2013.
- [9] WANG, Z-h., WANG, X-h., XU, G-d., CHENG, S. T., ZENG, “Free Vibration Of Two-Directional Functionally Graded Beams, Composite Structures”, 135, 191-198, 2016.
- [10] TURAN, M., KAHYA, V., “Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Serbest Titreşim Analizi”, Karadeniz Fen Bilimleri Dergisi, 8(2), 119-130, 2018.
- [11] KARAMANLI, A., “Free Vibration Analysis of Two Directional Functionally Graded Beams Using a Third Order Shear Deformation Theory”, Composite Structures, 189, 127-136, 2018.
- [12] KARAMANLI, A., “Free Vibration and Buckling Analysis of Two Directional Functionally Graded Beams Using a Four-Unknown Shear And Normal Deformable Beam Theory”, Anadolu University Journal of Science and Technology A- Applied Sciences and Engineering, 19 (2), 375-406, 2018.
- [13] ASLAN, T. A., NOORI, A.R., TEMEL, B., “Dynamic response of viscoelastic tapered cycloidal rods”, Mechanics Research Communications, 92, 8-14, 2018.
- [14] NOORI, A. R., ASLAN, T. A., TEMEL, B., “An efficient approach for in-plane free and forced vibrations of axially functionally graded parabolic arches with nonuniform cross section”, Composite Structures, 200 (15), 701-710, 2018.
- [15] CHAPRA, C., CANALE, R. P., Numerical Methods for Engineers with Programming and Software Applications. McGraw-Hill Books, 1998.