T. C.
İSTANBUL GELİŞİM ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

Elektrik - Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

YERÇEKİMİ BATARYASI ŞARJ MODELİ VE EŞDEĞER DEVRE TASARIMI

Yüksek Lisans Tezi

Yasaman RAHIMI

Danışman
Dr.Öğr. Üyesi Yusuf Gürcan ŞAHİN

İstanbul – 2025

TEZ TANITIM FORMU

Yazar Adı Soyadı : Yasaman RAHIMI

Tezin Dili : Türkçe

Tezin Adı : Yerçekimi Bataryası Şarj Modeli ve Eşdeğer Devre Tasarımı

Enstitü : İstanbul Gelişim Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Anabilim Dalı : Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Tezin Türü : Yüksek Lisans

Tezin Tarihi : 16.07.2025

Sayfa Sayısı : 98

Tez Danışmanları : Dr. Öğr. Üyesi Yusuf Gürcan ŞAHİN

Dizin Terimleri : Yerçekimi Bataryası, Eşdeğer Devre, Enerji Depolama, Yerçekimi Potansiyel Enerjisi

Türkçe Özet : Bu çalışma, özellikle yenilenebilir enerji uygulamalarında kullanılabilecek yerçekimi temelli enerji depolama sistemlerinin tasarımı ve performans iyileştirmesine katkı sağlamayı amaçlamaktadır.

Dağıtım Listesi :
1. İstanbul Gelişim Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsüne
2. YÖK Ulusal Tez Merkezine

İmzası

Yasaman RAHIMI

T. C.
İSTANBUL GELİŞİM ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

Elektrik - Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

YERÇEKİMİ BATARYASI ŞARJ MODELİ VE EŞDEĞER DEVRE TASARIMI

Yüksek Lisans Tezi

Yasaman RAHIMI

Danışman
Dr.Öğr. Üyesi Yusuf Gürcan ŞAHİN

İstanbul – 2025

BEYAN

Bu tezin hazırlanmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğu, kullanılan verilerde herhangi tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez olarak sunulmadığını beyan ederim.

Yasaman RAHIMI

…/…/2025

İSTANBUL GELİŞİM ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Yasaman RAHIMI'nin Yerçekimi Bataryası Şarj Modeli ve Eşdeğer Devre Tasarımı adlı tez çalışması adlı tez çalışması, jürimiz tarafından Elektrik_Elektronik Mühendisliği anabilim dalı, Elektrik-Elektronik Mühendisliği bilim dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

İmza

Başkan *Prof. Dr.Saadettin AKSOY*

İmza

Üye *Dr. Öğr. Üyesi Yusuf Gürcan ŞAHİN*
(Danışman)

İmza

Üye *Dr. Öğr. Üyesi Bahadır KOPÇASIZ*

ONAY
Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.
... / ... / 2025

İmzası
Prof. Dr. İzzet GÜMÜŞ
Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu tez, yerçekimi temelli enerji depolama sistemlerinde şarj sürecinin modellenmesi ve bu sürece ait eşdeğer elektrik devresinin tasarımı üzerine odaklanmaktadır. Bu sistemlerde, elektrik enerjisi ağır bir kütleyi yukarı kaldırmak için kullanılır ve ihtiyaç anında bu kütlenin aşağıya inmesiyle potansiyel enerji tekrar elektrik enerjisine dönüştürülür.

İlk olarak sistemin mekanik yapısı; motor, hareketli kütle, yerçekimi kuvveti ve sürtünme etkileri ile birlikte analiz edilmiş ve hareket denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler, analitik olarak (Laplace dönüşümü yöntemiyle) ve sayısal olarak (Dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemi ile) çözülerek, sistemin şarj aşamasındaki (kütlenin yukarı hareketi) dinamik davranışı incelenmiştir.

Daha sonra, sistemin eşdeğer elektrik devresi tasarlanmıştır. Bu devrede, mekanik bileşenler (kütle, sürtünme, motor vb.) elektriksel elemanlarla (direnç, endüktans, gerilim kaynağı) modellenmiştir. Tasarlanan bu eşdeğer devre, MATLAB /Simulink ve Python gibi yazılımlar kullanılarak simüle edilmiş ve analiz edilmiştir.

Ayrıca, biri lineer sürtünmeli (model a), diğeri ise doğrusal olmayan sürtünmeli (model b) olmak üzere iki farklı simülasyon modeli oluşturulmuş ve bu modellerden elde edilen sonuçlar, analitik ve sayısal çözüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, geliştirilen modelin doğruluğunu ve geçerliliğini teyit etmektedir.

Bu çalışma, özellikle yenilenebilir enerji uygulamalarında kullanılabilecek yerçekimi temelli enerji depolama sistemlerinin tasarımı ve performans iyileştirmesine katkı sağlamayı amaçlamaktadır.

Anahtar Kelimeler: Yerçekimi Bataryası, Eşdeğer Devre, Enerji Depolama, Yerçekimi Potansiyel Enerjisi

SUMMARY

This thesis focuses on modeling the charging process in gravity-based energy storage systems and the design of the equivalent electrical circuit for this process. In these systems, electrical energy is used to lift a heavy mass up and when needed, the potential energy is converted back into electrical energy by lowering this mass.

First, the mechanical structure of the system was analyzed together with the effects of the motor, moving mass, gravitational force and friction and the equations of motion were obtained. These equations were solved analytically (with the Laplace transform method) and numerically (with the fourth-order Runge-Kutta method) and the dynamic behavior of the system during the charging phase (upward movement of the mass) was investigated.

Then, the equivalent electrical circuit of the system was designed. In this circuit, the mechanical components (mass, friction, motor, etc.) were modeled with electrical elements (resistance, inductance, voltage source). This designed equivalent circuit was simulated and analyzed using software such as MATLAB / Simulink and Python.

In addition, two different simulation models were created, one with linear friction (model a) and the other with nonlinear friction (model b), and the results obtained from these models were compared with the analytical and numerical solution results. The results confirm the accuracy and validity of the developed model. This study aims to contribute to the design and performance improvement of gravity-based energy storage systems that can be used especially in renewable energy applications.

Keywords: Gravity Battery, Equivalent Circuit, Energy Storage, Gravitational Potential Energy

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **i**
SUMMARY ..... **ii**
İÇİNDEKİLER ..... **iii**
KISALTMALAR ..... **v**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **vi**
GRAFİKLER LİSTESİ ..... **vii**
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **viii**
ÖNSÖZ ..... **ix**
GİRİŞ **1**

BİRİNCİ BÖLÜM
LİTERATÜR İNCELEMESİ

1.1. Giriş 4
1.2. Yenilenebilir Enerjiler çeşitleri 5
1.2.1. Yenilenebilir Enerji Tanımı 5
1.2.2. Yenilenebilir Enerji Kaynakları ve Kullanım Alanları 6
1.3. Enerji Depolamanın Gerekliliği ve Önemi 7
1.4. Enerji Depolama Sistemlerinin Sınıflandırılması ve Önemi 8
1.4.1. Mekanik Depolama 9
1.4.2. Elektrokimyasal Depolama 9
1.4.3. Termal Depolama 9
1.4.4. Kimyasal Depolama 9
1.4.5. Elektriksel Depolama 9
1.5. Kimyasal Enerji Depolama Sistemleri: Bataryalar 11
1.6. Yerçekimi enerji depolama sistemleri (GES) 14
1.7. Yerçekimi Enerji Depolama Sistemlerinin Pratik Örnekleri 16
1.7.1. Gravitricity: Şaft Tabanlı Yeraltı Depolama 17
1.7.2. Energy Vault: Kule Tabanlı Modüler Depolama 17

İKİNCİ BÖLÜM
ENERJİ DEPOLAMA SİSTEMLERİNİN MODELLEME TEMELLERİ

2.1. Modelleme Kavramı ve Önemi 19
2.2. Önceki Modellerin İncelenmesi 20
2.3. Mekanik Modelleme 21
2.4. Matematiksel Modelleme 21
2.5. Genel Değerlendirme ve Üçüncü Bölüme Giriş 21

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
YERÇEKİMİ BATARYA SİSTEMİNİN DİNAMİK MODELLEMESİ VE MATEMATİKSEL ANALİZİ

3.1. Giriş 23
3.2. Hareket Denklemlerinin Çıkarılması ve Başlangıç Koşullarının Tanımlanması 24
3.2.1. Elektriksel ve Mekanik Parametreler Arasındaki Benzerlikler 26
3.2.1.1. Potansiyel Enerji Depolamasını Temsil Eden Genişletilmiş Eşdeğer Devre Modeli 28
3.2.2. RL Devresi ile Geçici Davranış Benzerliği ve Zaman Sabiti Analizi 29
3.2.3. Sistem Davranışının Zamanla Değişimi: Geçici ve Kalıcı Durum 30
3.2.3.1. Geçici Durum: 31
3.2.3.2. Kalıcı Durum: 31
3.2.4. Sabit Hıza Ulaşma Koşulunun Analizi ve Şarj Sürecine Etkisi 32
3.3. Hareket Denkleminin Analitik Yöntemlerle Çözümü 32
3.3.1. Homojen Çözüm 33
3.3.1.1. Hareket Denkleminin Homojen Çözümü 33
3.3.1.2. Hareket Denkleminin Özel Çözümü 34
3.3.2. Laplace Dönüşümü ile Teorik Çözüm 36
3.4. Dördüncü Dereceden Runge-Kutta (RK4) Yöntemi ile Sayısal Analiz 38
3.4.1. RK4 adımları: 38

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM
DENEYSEL ANALİZ VE SİSTEM SİMÜLASYONU

4.1. Giriş 41
4.2. Deneysel Yöntemle Motor Parametrelerinin Belirlenmesi 41
4.2.1. Parametre Çıkarımı için Kullanılan Modeller ve Hesaplama Yöntemleri 43
4.3. Sürtünme Kuvvetinin Modellenmesi 45
4.3.1. Doğrusal model 46
4.3.2. Doğrusal olmayan model 46
4.4. Python ve Matlab/Simulink Ortamında Sisteminin Mekanik ve Elektriksel Modellemesi 47
4.5. Python Ortamında Uygulama 52
4.5.1. Python ile Laplace Çözümünden Elde Edilen Zaman Tanımlı Denklemler 52
4.5.2. Python Ortamında Runge-Kutta (RK4) Yöntemi ile Sayısal Simülasyon 53

SONUÇLAR VE ÖNERİLER 56
KAYNAKÇA 66
EKLER 71

KISALTMALAR

BEDS	**:**	Battery Energy Delivery System	Batarya Enerji Teslim Sistemi
CAES	**:**	Compressed Air Energy Storage	Sıkıştırılmış hava
CAP	**:**	Compressed Air Piston Supported	Hava Destekli Pistonlu
FES	**:**	Flywheel Energy Storage	Jiroskop Enerji Depolama
GES	**:**	Gravity-based Energy Storage	Yerçekimi Temelli Enerji Depolama
IRENA	**:**	International Renewable Energy Agency	Uluslararası Yenilenebilir Enerji Ajansı
LEM-SGES	**:**	Linear Motor-based SGES	Doğrusal Motor Temelli
SGES	:	Solid GES	Kütleli GES
MC-SGES	**:**	Mountain Cable-car SGES	Dağ Teleferikli SGES
MM-SGES		Mountain Mine Cart SGES	Dağ Madeni Vagonlu
PHS	**:**	Pumped Hydro Storage	Pompalı Hidroelektrik Depolama
RP-SGES	**:**	Rope Piston SGES	Halatlı Pistonlu SGES
S-SGES	**:**	Shaft Type SGES	Şaft Tipi SGES
STS	**:**	Seasonal Thermal Storage	Mevsimsel Termal Depolama
T-SGES	**:**	Tower Type SGES	Kule Tipi SGES

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1 . Yenilenebilir Enerji Kaynaklarının Avantajları ve Dezavantajları.....7
Tablo 2. Enerji Depolama Yöntemlerinin Karşılaştırması 10
Tablo 3. BEDS Teknolojilerinin Özellikleri.....12
Tablo 4.Farklı SGES türlerinin karşılaştırmalı analizi 15
Tablo 5. Karşılaştırmalı Genel Bakış 17
Tablo 6. Denklem (3.5) Kapsamında Kullanılan Semboller ve Parametreler.....25
Tablo 7. Elektriksel ve Mekanik Parametrelerin Karşılaştırılması.....27
Tablo 8.Yüksüz Deney Koşullarında Ölçülen RPM, Açısal Hız (ω) ve Gerilim (V) Değerleri 42
Tablo 9. Üç farklı yöntemle elde edilen motor sabiti K ve ilgili hata analizleri.....45
Tablo 10: Kullanılan sürtünme katsayıları.....46
Tablo 11. Modelleme için temel system paramertreleri.....49
Tablo 12. RK4 ve Laplace yöntemlerine göre hız ve yükseklik değerlerinin zamana bağlı karşılaştırmalı sonuçları (Ek-D).....58
Tablo 13.Hız için Göreli Hata Analizi 59

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 1. Model 1, Model 2 ve deneysel verilerle elde edilen K sabiti eğrilerinin karşılaştırılması. 44
Grafik 2. . Doğrusal Model (ModelA) İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği 49
Grafik 3. Doğrusal Model (Model A) İçin Zamanla Değişen Koum Grafiği 50
Grafik 4. Doğrusal olmayan Model (Model B) İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği 50
Grafik 5. Doğrusal olmayan Model (Model B)İçin Zamanla Değişen Konum Grafiği 50
Grafik 6. RL Devresinde Akımın Zamanla Değişimi 52
Grafik 7. Laplace çözümüne göre elde edilen zaman-hız grafiği 53
Grafik 8. Laplace çözümüne göre elde edilen zaman- yükseklik grafiği 53
Grafik 9.RK4 çözümüne göre elde edilen zaman-hız grafiği 55
Grafik 10. RK4 çözümüne göre elde edilen zaman- yükseklik grafiği 55
Grafik 11. RK4 ve Laplace yöntemleriyle elde edilen hız ve yükseklik değerlerinin zamana göre karşılaştırması 57
Grafik 12. Model A ve Laplace İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği 61
Grafik 13. Doğrusal Model (Model A) ve Laplace İçin Zamanla Değişen yükseklik Grafiği 61
Grafik 14. Doğrusal olmayan model (Model B) ve RK4 İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği 62
Grafik 15. Doğrusal olmayan Model (Model B) ve RK4 İçin Zamanla Değişen yükseklik Grafiği 62
Grafik 16. Normalize edilmiş akım ve hız değerlerinin zamanla göre Karşılaştırmalı 63

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Enerji depolama sistemlerinin genel sınıflandırması 10
Şekil 2. Lityum-iyon bataryalarda termal kaçış sürecinin aşamaları temel alınarak hazırlanmıştır. 13
Şekil 3. Güneş enerjisinin küresel kapasitedeki yeri kaynak:(IRENA, 2024). 14
Şekil 4. Katı Kütle Çekimi Enerji Depolama Sistemlerinin Tipik Şematik Gösterimleri.....15
Şekil 5. Yerçekimi bataryası sisteminde yukarı yönlü hareketin şematik gösterimi 24
Şekil 6. sistemin eşdeğer elektrik devresi 27
Şekil 7. Potansiyel enerjiyi temsil eden C elemanlı genişletilmiş eşdeğer devre modelied ..29
Şekil 8. Deney düzeneği: Gerilim ve hız ölçüm bağlantıları.....42
Şekil 9. Yerçekimi Bataryası Sisteminin Matlab/Simulink Ortamında Doğrusal Model Blok Diyagramı (Model a).....48
Şekil 10. Yerçekimi Bataryası Sisteminin Matlab/Simulink Ortamında Doğrusal Olmayan Model Blok Diyagramı (Model b) 48
Şekil 11. Simulink Ortamında Elektriksel Eşdeğer Devre modeli 51

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması, değerli danışmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Yusuf Gürcan ŞAHİN'nın engin bilgi birikimi, sabrı ve yol göstericiliği sayesinde tamamlanmıştır. Kendilerinin her aşamadaki destekleri ve değerli önerileri olmadan bu eserin ortaya çıkması mümkün olmazdı. Sonsuz şükranlarımı sunarım.

Ayrıca, bu süreç boyunca yanımda olan, bana moral veren ve katkıda bulunan herkese teşekkürlerimi iletirim.

Yasaman RAHIMI

GİRİŞ

Enerji, insan yaşamının sürdürülmesi, teknolojik ilerleme ve ekonomik kalkınma için vazgeçilmez bir kaynaktır. Sanayileşmenin hız kazandığı modern dünyada elektrik enerjisi temel bir ihtiyaç haline gelmiş ve toplumların yaşam kalitesiyle doğrudan ilişkilendirilmiştir (International Energy Agency [IEA], 2023). Ancak artan enerji talebi, mevcut fosil yakıt kaynaklarının hem çevresel hem de ekonomik sorunlarını daha görünür kılmıştır. Fosil yakıtların sınırlı oluşu, karbon salınımı yoluyla iklim değişikliğine katkıları ve çevresel zararları, yenilenebilir enerji kaynaklarına olan ilgiyi son yıllarda önemli ölçüde artırmıştır (Worku, 2022).

Yenilenebilir enerji kaynakları (örneğin güneş ve rüzgâr), çevre dostu ve sürdürülebilir olmalarıyla ön plana çıksa da üretimlerinin doğası gereği kesintili olmaları, enerji şebekelerinde istikrarsızlığa yol açmaktadır (Jacobson ve ark., 2015). Özellikle yüksek üretim dönemlerinde fazla enerjinin depolanamaması ve düşük üretim zamanlarında arzın yetersiz kalması, bu sistemlerin yaygın kullanımının önünde ciddi bir engel teşkil etmektedir (Renewable Energy Policy Network for the 21st Century [REN21], 2023). Bu nedenle, enerji üretimi ve tüketimi arasındaki dengeyi sağlayabilecek güvenilir ve etkili enerji depolama çözümlerine duyulan ihtiyaç gün geçtikçe artmaktadır (Luo ve ark., 2015).

Enerji depolama sistemleri, yenilenebilir kaynakların enerji altyapısına entegrasyonu açısından kilit rol oynamaktadır. Günümüzde en yaygın kullanılan sistemlerden biri olan lityum-iyon bataryalar, yüksek verimlilikleri ve çok yönlü kullanılabilirlikleri sayesinde öne çıkmaktadır. Ancak bu bataryaların yüksek maliyetli oluşu, sınırlı ömürleri ve kimyasal atıklarının çevresel etkileri, daha sürdürülebilir ve çevre dostu alternatif sistemlerin geliştirilmesini zorunlu hale getirmiştir (Rana ve ark., 2021).

Bu noktada, alternatif bir çözüm olarak yerçekimi enerjisi depolama sistemleri (SGES) dikkat çekmektedir. Bu sistemler, elektrik enerjisini bir kütleyi yerçekimine karşı kaldırarak potansiyel enerjiye dönüştürmekte; ihtiyaç anında bu kütlenin aşağıya hareketiyle potansiyel enerjiyi tekrar elektrik enerjisine çevirmektedir. SGES sistemleri; uzun ömür, düşük bakım maliyeti ve yenilenebilir enerji sistemleriyle yüksek uyumluluk gibi avantajları sayesinde büyük ölçekli enerji depolama

uygulamalarında umut vadetmektedir (Chakraborty ve ark., 2022). Energy Vault ve İskoçya merkezli Gravitricity gibi projeler, bu alandaki ticari uygulamalara örnek teşkil etmektedir.

Bu çalışmada, yerçekimi temelli enerji depolama sistemlerinin elektriksel davranışı analiz edilmiş ve bu sistemlerin şarj süreci için bir model geliştirilmiştir. Yerçekiminin etkisiyle hareket eden bir kütlenin enerji dönüşüm süreci hem mekanik hem de elektriksel açıdan incelenmiş, sistemin dinamiği diferansiyel denklemlerle modellenmiştir. Bu modellerin çözümünde hem analitik hem de sayısal yöntemler — özellikle dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemi— kullanılmıştır. Ayrıca sistemin eşdeğer devre modeli geliştirilerek, şarj süreci devre kuramı açısından analiz edilmiştir. Böylece hem fiziksel hem de elektriksel süreçler bütünsel bir yaklaşımla değerlendirilmiştir.

Bu çalışmanın özgün katkısı, yerçekimi temelli bir enerji depolama sisteminin hem teorik hem de devre düzeyinde kapsamlı şekilde modellenmesi ve analiz edilmesidir. Geliştirilen modeller, benzer sistemlerin tasarımı ve optimizasyonuna temel teşkil edebilir. Ayrıca elde edilen sonuçlar, SGES sistemlerinin gelecekteki mühendislik uygulamaları için değerli bir referans oluşturmaktadır.

Bu tez beş bölümden oluşmaktadır:

Bölüm – Literatür Taraması: Yenilenebilir enerji kaynakları, enerji depolama teknolojileri ve yerçekimi temelli batarya sistemleri tanıtılmış; bu sistemlerin avantajları ve mevcut çalışmalar literatür kapsamında değerlendirilmiştir.

Bölüm – Enerji Depolama Sistemlerinin Modelleme Temelleri: Enerji sistemlerinde modellemenin önemi açıklanmış, temel modelleme yaklaşımları sunulmuş ve yerçekimi batarya sistemlerine yönelik literatürdeki boşluklar belirlenmiştir.

Bölüm – Dinamik Sistem Modellemesi ve Sayısal Analiz: Yerçekimi bataryasında kütlenin hareketi dinamik olarak modellenmiş, sistemin şarj süreci incelenmiş ve bu sürece ilişkin eşdeğer devre tasarımı yapılmıştır. Ayrıca sistemin davranışı diferansiyel denklemler yardımıyla sayısal olarak analiz edilmiştir.

Bölüm – Simülasyonlar: Yerçekimi bataryasının şarj süreciyle ilgili mekanik ve elektriksel modeller MATLAB/Simulink ve Python yazılımları kullanılarak simüle edilmiş ve elde edilen sonuçlar analiz edilmiştir.

Bölüm – Sonuçlar ve Tartışma: Elde edilen bulgular özetlenmiş, çalışmanın katkıları ve sınırlılıkları tartışılmış ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar için öneriler sunulmuştur.

BİRİNCİ BÖLÜM
LİTERATÜR İNCELEMESİ

1.1. Giriş

Günümüzde karbon emisyonlarının azaltılması, temiz enerji kaynaklarının geliştirilmesi ve sera gazı salımlarının düşürülmesi, küresel düzeyde giderek artan bir öneme sahiptir. Paris Anlaşması gibi iklim sözleşmelerinin hedeflerine ulaşmak için artan uluslararası baskılar, karbon içermeyen ve sürdürülebilir enerji kaynaklarına geçişin gerekliliğini daha da ön plana çıkarmıştır (National Academies of Sciences, Engineering, ve Medicine, 2022). Bu bağlamda, dünya genelinde elektrik üretimi ve tüketiminin mevcut durumunu karbon azaltımı hedefleri doğrultusunda değerlendirmek ayrı bir önem kazanmaktadır. Enerji krizinin küresel çapta ciddi bir yönetim sorunu haline gelmesi, günümüzün enerji yapısını analiz etmek için sağlam bir başlangıç noktası oluşturmaktadır. Fosil yakıtlar —petrol, doğal gaz ve kömür— hızla tükenme noktasına yaklaşırken, çevresel kaygıların da artması bilim insanları ve politika yapıcıları yenilenebilir enerji kaynaklarının geliştirilmesi ve benimsenmesine yönlendirmiştir (Iurchenko ve ark., 2024). İçinde bulunduğumuz çağ, yeni teknolojilerin ve yenilenebilir enerji kaynaklarının sürdürülebilir kalkınmanın temel taşları olarak konumlandığı bir dönemdir. Özellikle iklim değişikliği gibi çevresel tehditler, yenilikçi ve sürdürülebilir çözüm arayışlarını daha da acil hale getirmiştir. Bu doğrultuda güneş, rüzgar, jeotermal ve biyokütle enerjisi gibi temiz, tükenmez ve güvenilir kaynaklar, geleceğin enerji sistemlerinin inşasında kilit bir rol üstlenmektedir.Bununla birlikte, küresel enerji sektörü, artan elektrik talebi, fosil yakıtlara bağımlılık ve iklim değişikliği tehdidi nedeniyle ciddi bir dönüşüm süreci yaşamaktadır. 2022 yılında rüzgar ve güneş enerjisinde kaydedilen rekor büyüme, temiz enerji kaynaklarının enerji karışımındaki payını %12'ye çıkarmış ve elektrik üretiminde karbon yoğunluğunu tarihin en düşük seviyesine indirmiştir (Global Electricity Review, 2023). Ancak enerji talebindeki artış, fosil yakıt kullanımının tamamen sona erdirilmesini henüz mümkün kılmamıştır.

yenilenebilir enerji kaynaklarının daha hızlı yaygınlaştırılması ve enerji altyapısının güçlendirilmesi, küresel hedeflere ulaşmada kritik rol oynamaktadır (Global Electricity Review, 2023). Ancak yalnızca enerji krizinin aşılması ve alternatif

kaynakların geliştirilmesi yeterli değildir. Yenilenebilir enerji kaynaklarının etkin kullanımının önündeki en önemli engellerden biri de uygun ve verimli enerji depolama yöntemlerinin eksikliğidir. Güneş ve rüzgar gibi kaynakların doğası gereği aralıklı ve öngörülemez olması, üretilen enerjinin anlık tüketimle örtüşmesini zorlaştırmakta ve bu da enerji depolama sistemlerini kritik hale getirmektedir (Nampiima, 2024).

Bu bölümün devamında, yenilenebilir enerji kaynaklarının çeşitleri, enerji depolama stratejilerinin önemi ve üretimdeki dalgalanmalarla başa çıkma yöntemleri daha detaylı şekilde ele alınacaktır.

1.2. Yenilenebilir Enerjiler çeşitleri

1.2.1. Yenilenebilir Enerji Tanımı

Enerji, insan yaşamının ayrılmaz bir parçasıdır. Günümüzde temiz enerji çağının benimsenmesi, küresel ısınmayla mücadelede hayati bir konu haline gelmiştir (Dincer, 2000). 1970'li yılların başında yaşanan petrol krizi ve artan çevresel endişeler, doğal olarak kısa sürede yeniden oluşabilen enerji kaynaklarına olan ilgiyi artırmış ve bu kaynaklar için "yenilenebilir" terimi kullanılmaya başlanmıştır (Dincer, 2000).

Bu süreçte, yenilenebilir enerjiler araştırmacılar ve uzmanlar için önemli bir araştırma alanı haline gelmiştir.Yenilenebilir enerji, doğadan sürekli ve doğal olarak yenilenen, güneş, rüzgar, su ve biyokütle gibi kaynaklardan elde edilen, çevreye zararı az olan bir enerji türüdür(Maradin, 2021).Teorik olarak, fosil yakıtlar sınırlı, yenilenebilir enerji kaynakları ise sonsuz kabul edilmektedir (Panwar, Kaushik, & Kothari, 2011). Ancak gerçek şudur ki, fosil yakıtlar doğada sürekli olarak oluşmaktadır; her gün ölü bitkiler ve organizmalar yeni petrol yatakları oluşturmaktadır. Ne var ki, bu süreç son derece yavaş olduğundan, mevcut tüketim hızımız yeni oluşum hızını katbekat aşmaktadır. Bu durum, sürdürülebilir ve yenilenebilir alternatiflere yönelme zorunluluğunu doğurmuştur.

Konvansiyonel enerji üretimi, iklim değişikliğine ve küresel ısınmanın hızlanmasına yol açmaktadır (Panwar ve ark., 2011). Karbon emisyonlarının azaltılması ve küresel ısınmanın önlenmesi amacıyla yenilenebilir enerji kaynaklarının kullanımı önemli bir çözüm yolu olarak öne çıkmaktadır (Dincer, 2000). Güneş,

rüzgar, hidroelektrik, jeotermal ve biyokütle enerjisi gibi yenilenebilir kaynaklar, elektrik üretiminde çevresel etkileri azaltmak için etkin şekilde kullanılmaktadır.

Bunun yanı sıra, geleneksel enerji kaynakları sadece elektrik üretiminde değil, ısıtma ve yakıt sağlanmasında da kullanılmaktadır. Her bir enerji kaynağının farklı kullanım biçimleri, avantajları ve dezavantajları bulunmaktadır.

1.2.2. Yenilenebilir Enerji Kaynakları ve Kullanım Alanları

Yenilenebilir enerji kaynakları, güneş, rüzgar, hidroelektrik, biyokütle, jeotermal ve okyanus enerjisi (dalga, gelgit ve deniz akıntıları gibi) gibi çeşitli doğal kaynakları içeren geniş bir yelpazeye sahiptir (Rahman, Farrok ve Haque, 2022).

Bu kaynakların uygulama alanları oldukça geniştir ve enerji ihtiyacının farklı sektörlerde karşılanmasına olanak tanır. Örneğin, güneş enerjisi; konutlarda kullanılan fotovoltaik sistemler, endüstriyel ölçekli güneş tarlaları ve güneş enerjili ısıtma sistemleri aracılığıyla kullanılmaktadır(Rahman ve ark.,2022). Rüzgar enerjisi, elektrik üretimi amacıyla rüzgar türbini çiftliklerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Öte yandan, biyokütle enerjisi biyoyakıt ve elektrik üretiminde kullanılmaktadır. Jeotermal enerji ise özellikle jeotermal aktivitenin yoğun olduğu bölgelerde, ısıtma ve elektrik üretimi için sürdürülebilir bir kaynak olarak ön plana çıkmaktadır (Sayed, Wilberforce, Elsaid ve ark., 2021).

Her ne kadar yenilenebilir enerji kaynakları da diğer enerji kaynakları gibi bazı sınırlamalara ve zorluklara sahip olsa da, onları diğer seçeneklerden ayıran önemli avantajlara sahiptir. Bu avantajlar arasında sürekli erişilebilirlik, doğal ve sürdürülebilir yenilenme oranı, çevreyle uyumluluk ve sera gazı emisyonlarının önemli ölçüde azaltılması gibi özellikler bulunmaktadır. Bu nitelikler sayesinde yenilenebilir enerji kaynakları, dünya genelinde temiz ve sürdürülebilir enerji sistemlerine geçişte kilit bir seçenek olarak değerlendirilmektedir. (Freires, ve ark.,2023).

Her bir yenilenebilir enerji kaynağının avantajları ve dezavantajlarını karşılaştırmalı olarak gösteren tablo aşağıda sunulmuştur: (Freires, ve ark.,2023).

Tablo 1 . Yenilenebilir Enerji Kaynaklarının Avantajları ve Dezavantajları.

Enerji Kaynağı	Avantajları	Dezavantajları
Güneş Enerjisi	Temiz, uzak bölgelerde kullanılabilir, uzun vadede elektrik maliyetini düşürür	Güneş ışınımına bağımlı, geniş alan ihtiyacı, yüksek kurulum maliyeti
Rüzgar Enerjisi	çevre dostu, düşük işletme ve bakım maliyeti, çok amaçlı arazi kullanımı	Yüksek kurulum maliyeti, ses ve görüntü kirliliği, rüzgarın düzensizliği
Hidroelektrik Enerji	Temiz, talep dönemlerinde güvenilir enerji kaynağı, hava koşullarından bağımsız	Yüksek yatırım maliyeti, sınırlı uygun alanlar, çevresel etki (nehir akışının değişimi)
Jeotermal Enerji	Sürekli ve güvenilir enerji kaynağı, az yer kaplar, sessiz çalışır, atık üretmez	Yüksek sondaj maliyetleri, sınırlı bölgesel kullanım, az miktarda sera gazı salımı
Biyokütle Enerjisi	Sürekli enerji kaynağı, organik atıkların değerlendirilmesi, bol bulunabilirlik	Yüksek yatırım maliyeti, nispeten yüksek sera gazı emisyonu, geniş alan ihtiyacı
Dalga Enerjisi	bol; yıl boyunca sürekli; kirlilik oluşturmaz	Kurulum zorluğu; yüksek yatırım ve depolama maliyetleri; iklim ve dalga koşullarına bağlılık; geniş alan gereksinimi; deniz canlılarına zarar riski

1.3. Enerji Depolamanın Gerekliliği ve Önemi

Yenilenebilir enerji kaynakları, özellikle rüzgar ve güneş enerjisi, doğaları gereği yüksek potansiyele sahip olsalar da üretimlerindeki dalgalanmalar nedeniyle sürekli ve güvenilir enerji arzını doğrudan sağlayamamaktadırlar (Adebayo ve ark., 2025). Bu nedenle, enerji depolama sistemleri, yenilenebilir kaynakların enerji altyapısına entegrasyonunu mümkün kılan temel bir ihtiyaç olarak ortaya çıkmaktadır (Global Electricity Review, 2023; Pamfile, 2023).Elektrik enerjisi anlık üretilip tüketilmek zorundadır; büyük ölçekli doğrudan depolama mümkün olmadığından, üretim ile tüketim arasındaki zaman uyumsuzluğu önemli bir sorun teşkil etmektedir Enerji depolama sistemleri, bu sorunu aşmak amacıyla, tüketimin düşük olduğu zamanlarda fazla üretilen enerjiyi depolayarak, talebin arttığı zamanlarda kullanılmasını sağlar.

Böylece hem şebeke kararlılığı artırılır hem de gerilim dalgalanmaları ve kesinti riskleri azaltılır (Tan ve ark., 2021).

Depolama teknolojileri arasında karbon yakalama ve depolama (CCS), yeşil hidrojen üretimi ve yerçekimi bataryaları gibi yenilikçi çözümler geliştirilmekte olup, bunlar süreksiz enerji üretimini dengeleyerek enerji arzının sürekliliğini sağlamada önemli rol oynamaktadır (Global Electricity Review, 2023). Aynı zamanda, bu sistemler fosil yakıt bağımlılığını azaltmakta ve enerji sektörünün karbon salımını hızla düşürmeye katkıda bulunmaktadır. Ayrıca, enerji depolama sistemleri; geleneksel şebeke altyapısının ekonomik olarak kurulamadığı, erişimi zor bölgelerde elektrik teminini mümkün kılmakta; sistem işletme maliyetlerini azaltmakta, talep yönetimini kolaylaştırmakta ve elektrik piyasalarında verimliliği artırmaktadır (Pamfile, 2023). Tüm bu nedenlerle, enerji depolama uygulamaları, hem enerji dönüşümünün hızlandırılmasında hem de sürdürülebilir enerji altyapısının oluşturulmasında vazgeçilmez bir rol üstlenmektedir.

1.4. Enerji Depolama Sistemlerinin Sınıflandırılması ve Önemi

Yenilenebilir enerji kaynaklarının doğası gereği kesintili ve değişken olması, enerji depolama sistemlerini sürdürülebilir ve güvenilir enerji arzı için vazgeçilmez kılmaktadır.

Temiz enerji sistemlerine yönelme gerekliliği, enerji depolamanın yenilenebilir enerji endüstrisinin ayrılmaz bir parçası olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Enerji depolama teknolojilerinden yararlanılarak üretilen enerjinin büyük bir kısmının israfı önlenmekte ve sistem dengede tutulmaktadır (Karuppiah ve ark., 2024). Bu nedenle, enerji depolama sistemleri, şarj ve deşarj süreçlerinde hassas bir yönetim ve uygun zamanlama gerektirmektedir. Bu bağlamda, yenilenebilir enerjilerin depolanması için çeşitli yöntemler ve durumlar geliştirilmiştir (Luo ve ark., 2015). Bu yöntemler mekanik depolama, elektrokimyasal depolama, termal depolama, doğrudan elektriksel depolama (örneğin süper kapasitörler) ve kimyasal depolama olmak üzere sınıflandırılabilir. Her bir yöntemin kendine özgü özellikleri ve avantajları bulunmakta olup, farklı sistemlerde ve uygulamalarda kullanılmaktadır (Rana vb., 2023). Aşağıdaki şekilde, enerji depolama yöntemlerinin detaylı bir sınıflandırması sunulmuştur. Bu şeklin amacı, farklı depolama yöntemleri ve bunların elektrik

şebekesindeki uygulamaları hakkında genel bir bakış sağlamaktır. Şekildeki bilgiler (Rana vb., 2023) kaynağından uyarlanmıştır.

1.4.1. Mekanik Depolama

Mekanik enerji depolama sistemleri, enerjiyi potansiyel veya kinetik formda depolayan sistemlerdir. Yaygın örnekleri arasında pompajlı hidroelektrik depolama (PHS), basınçlı hava enerjisi depolama (CAES) ve volanlar (flywheel) yer almaktadır. Bu sistemler genellikle büyük ölçekli uygulamalarda tercih edilir ve uzun ömürlü, yüksek çevrim sayılı çözümler sunar. (Luo ve ark., 2015; Chen ve ark., 2009)

1.4.2. Elektrokimyasal Depolama

Bu kategori, enerjiyi kimyasal reaksiyonlar yoluyla şarj ve deşarj eden yeniden şarj edilebilir bataryaları içerir. Başlıca türleri arasında lityum-iyon, kurşun-asit, sodyum-kükürt ve redoks akış bataryaları (VRB) bulunur. Elektrokimyasal sistemler, özellikle şebeke entegrasyonu ve yenilenebilir enerji destek uygulamalarında yaygın kullanıma sahiptir.

1.4.3. Termal Depolama

Termal enerji depolama (TES), enerjiyi ısı formunda depolayan sistemlerdir. Bu sistemler duyulur ısı (sensible heat), gizli ısı (latent heat) veya termokimyasal reaksiyonlar yoluyla çalışabilir. Genellikle güneş enerjisi santralleri ve endüstriyel ısı yönetimi uygulamalarında kullanılırlar. Düşük maliyetli ve büyük hacimli enerji depolama imkânı sağlar.

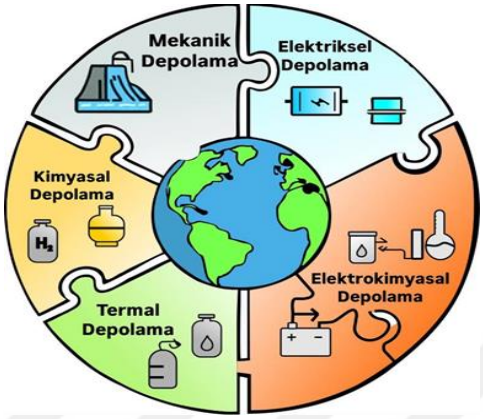
1.4.4. Kimyasal Depolama

Kimyasal enerji depolama sistemleri, enerjiyi moleküler bağlarda kimyasal formda tutar. Bu kapsamda en sık karşılaşılan uygulama hidrojen üretimi ve bunun yakıt hücrelerinde yeniden elektriğe çevrilmesidir. Bu sistemler, uzun süreli enerji depolama ve taşınabilir enerji çözümleri için önemli bir potansiyele sahiptir.

1.4.5. Elektriksel Depolama

Elektriksel enerji doğrudan elektrostatik veya elektromanyetik alanlarda depolanabilir. Bu kategoriye giren cihazlar arasında kondansatörler, süperkapasitörler

ve süperiletken manyetik enerji depolama sistemleri (SMES) yer alır. Bu teknolojiler, yüksek güç yoğunluğu ve çok kısa tepki süresi sağlamalarına rağmen, uzun süreli enerji depolama uygulamaları için yeterli değildir.



Şekil 1. Enerji depolama sistemlerinin genel sınıflandırması

Farklı enerji depolama teknolojileri, enerji yoğunluğu, çevrim ömrü, tepki süresi, maliyet, ölçeklenebilirlik ve uygulama alanı gibi çeşitli teknik ve ekonomik kriterler bakımından önemli ölçüde farklılık göstermektedir. Bu farklılıklar, her bir teknolojinin belirli kullanım senaryoları için daha uygun olmasını sağlar. Aşağıda sunulan tablo, literatürde yer alan temel enerji depolama yöntemlerinin teknik ve operasyonel özelliklerini karşılaştırmalı olarak özetlemektedir (Mahlia ve ark., 2014; Okafor ve ark., 2023;Rana ve ark., 2023; Luo ve ark., 2015; Karuppiah ve ark., 2024). Bu karşılaştırma, yenilenebilir enerji sistemlerinin entegrasyonu, şebeke destek uygulamaları ve bölgesel enerji ihtiyaçlarına göre en uygun teknolojinin seçilmesine katkı sunmayı amaçlamaktadır.

Tablo 2. Enerji Depolama Yöntemlerinin Karşılaştırması

DepolamaYöntemi	Mekanik	Elektriksel	Elektrokimyasal	Kimyasal	Termal
Örnek Teknolojiler	PHES, CAES, FES	Süperkapasitör, SMES	Lityum-iyon bataryalar (Li-ion), Akış bataryalar	Hidrojen depolama	Duyulur ısı, Gizli ısı, Termokimyasal termal sistemler
Verimlilik (%)	70–85%	85–95%	80–95%	30–50%	50–90%

Enerji Yoğunluğu (Wh/kg)	Düşük	Çok Düşük	Orta–Yüksek	Çok Yüksek (hidrojen)	Orta
Maliyet	Orta–Yüksek	Yüksek	Orta	Yüksek	Orta
Depolama Süresi	Orta–Uzun Vadeli	Çok Kısa Vadeli	Kısa–Orta Vadeli	Uzun Vadeli	Orta–Uzun Vadeli

1.5. Kimyasal Enerji Depolama Sistemleri: Bataryalar

Bataryalar, elektrik enerjisini kimyasal enerjiye dönüştürerek depolayabilen ve ihtiyaç anında bu süreci tersine çevirerek tekrar elektrik üretebilen elektrokimyasal cihazlardır. Farklı batarya türleri; boyut, enerji yoğunluğu, döngü ömrü ve maliyet gibi çeşitli özellikleri bakımından birbirinden ayrılmaktadır (Chatzigeorgiou ve ark., 2024).

Tarihsel olarak, bataryalar enerji depolamanın temel araçları arasında yer almış ve günlük yaşamda önemli roller üstlenmiştir. Günümüzde, elektrik enerjisinin depolanmasında farklı türde bataryalar kullanılmaktadır. Kurşun-asit, nikel-metal hidrit ve lityum-iyon bataryalar, kimyasal enerji depolama sistemlerinin başlıca örnekleri arasındadır (Revankar & Majumdar, 2019).

Batarya tabanlı enerji depolama çözümlerinin önemi, özellikle geleneksel fosil yakıtlı enerji üretim sistemlerinin verimlilik ve çevresel sürdürülebilirlik konularındaki sınırlılıkları göz önünde bulundurulduğunda daha da belirgin hale gelmektedir. Fosil yakıt rezervlerinin giderek azalması ve çevresel kaygıların artması, bu sistemleri uzun vadeli bir çözüm olmaktan uzaklaştırmıştır (Chatzigeorgiou ve ark., 2024).

Bu çerçevede, lityum-iyon bataryalar, üstün performans özellikleriyle öne çıkmaktadır. Derin deşarj yetenekleri, yüksek enerji yoğunluğu, uzun çevrim ömrü ve geniş kapasite aralıkları, onları diğer batarya türlerine kıyasla avantajlı kılmaktadır. Her ne kadar üretim maliyetleri görece yüksek olsa da, son yıllarda bu maliyetlerde önemli düşüşler kaydedilmiştir (Mylenbusch, Claffey, & Chu, 2023).

Son yıllarda, enerji depolama uygulamaları için küçük ve büyük ölçeklerde çeşitli batarya teknolojileri geliştirilmiştir.

Gelişen enerji ihtiyaçları ve yenilenebilir enerji kaynaklarının entegrasyonu, batarya teknolojilerinin teknik ve ekonomik bakımdan karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesini zorunlu kılmaktadır .Her batarya teknolojisi; güç ve enerji yoğunluğu, verimlilik, maliyet, ömür ve teknoloji olgunluğu açısından kendine özgü özelliklere sahiptir. Lityum-iyon bataryalar, kurşun-asit bataryalar, akış bataryaları (örneğin Vanadyum Redoks Akış ve Çinko-Brom), yüksek sıcaklık bataryaları (Sodyum-Kükürt ve Sodyum-Nikel Klorür) ile organik ve Alüminyum-hava bataryaları, bu alandaki öne çıkan çözümler arasında yer almaktadır. (Moa, E. H. Y., & Go, Y. I. 2023)

Aşağıdaki tabloda, öne çıkan batarya türleri bu temel kriterler üzerinden değerlendirilerek karşılaştırmalı bir biçimde sunulmuştur. Tablo, enerji depolama sistemlerinin planlanmasında ve teknoloji seçimi kararlarında pratik bir rehber sunmayı amaçlamaktadır.

Tablo 3. BEDS Teknolojilerinin Özellikleri

Batarya Türü	Güç Yoğunluğu (W/l)	Enerji Yoğunluğu (Wh/l)	Güç Maliyeti ($/kW)	Enerji Maliyeti ($/kWh)	Çevrim Verimliliği (%)	Ömür (yıl)	Teknoloji Olgunluğu
Lityum-iyon(Li-ion)	500–2000	200–500	900–4000	600–3000	85–95	5–15	Ticari
Vanadyu Redoks Akış (VRFB)	0.5–2.0	20–70	600–1500	100–2000	75–90	5–10	Ticarilaşma Aşamasında
Çinko-Brom (ZnBr)	< 2.5	35–75	200–2500	150–1000	65–80	10–20	Erken Ticari
Kurşun-Asit (Pb-A)	10–400	50–80	200–600	50–400	70–90	5–15	Tam Ticari
Sodyum-Kükürt (NaS)	150–250	150–250	350–3000	300–500	80–90	10–15	Ticarilaşma Aşamasında
Sodyum-Nikel Klorür ($NaNiCl_2$)	220–300	150–180	100–300	100–345	85–90	10–14	Ticarilaşma Aşamasında
Organik Batarya	–	130 Wh/kg	–	–	–	–	Araştırma
lüminyum-Hava	–	400 h/kg	–	–	–	–	Araştırma

Lityum-iyon bataryalarla ilgili en kritik güvenlik endişelerinden biri, termal kaçış (thermal runaway) olgusudur. Bu durum, batarya içerisinde gerçekleşen ekzotermik reaksiyonların kontrolsüz bir şekilde devam etmesiyle ortaya çıkar ve sonuç olarak sıcaklık artışı, toksik ve yanıcı gazların (örneğin hidrojen ve hidrojen florür) salımı, yangın veya patlama gibi ciddi risklere yol açar (Mylenbusch, Claffey, & Chu, 2023).

Termal kaçışı tetikleyebilecek başlıca faktörler şunlardır:

• İç veya dış kısa devre

• Mekanik hasar

• Aşırı şarj veya aşırı deşarj

• Yüksek ortam sıcaklıkları

Bunun yanı sıra, bataryalardan açığa çıkan karbon monoksit (CO), hidrojen florür (HF) ve partikül maddeler gibi zararlı emisyonlar da insan sağlığını ciddi şekilde tehdit edebilmektedir. Bu nedenle, önleyici güvenlik protokollerinin oluşturulması ve acil müdahale prosedürlerinin titizlikle planlanması büyük önem taşımaktadır. (Mylenbusch, Claffey, ve Chu, 2023).



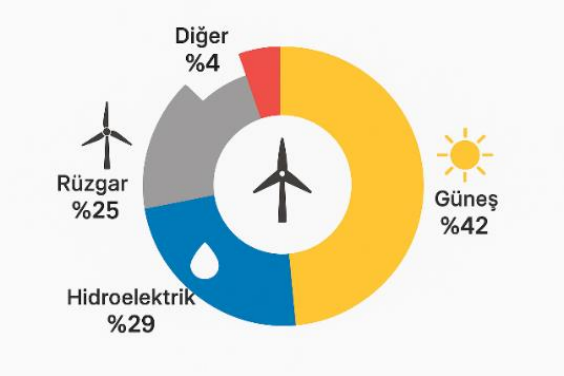
Şekil 2. Lityum-iyon bataryalarda termal kaçış sürecinin aşamaları temel alınarak hazırlanmıştır.

Sonuç olarak, fosil yakıt rezervlerinin azalması ve sürdürülebilir enerji kaynaklarına olan ihtiyaç, batarya teknolojilerinde güvenlik, çevrim ömrü ve ekonomik geri dönüşüm açısından önemli gelişmeleri zorunlu kılmıştır. (Mylenbusch,

Claffey, ve Chu, 2023) Ancak, bataryaların sınırlı depolama süreleri, yüksek maliyetleri ve çevresel etkileri, araştırmacıları alternatif enerji depolama yöntemleri arayışına yönlendirmiştir. Bu bağlamda, son yıllarda özellikle büyük ölçekli uygulamalar için yerçekimi enerji depolama sistemleri (Gravity-based Energy Storage, GES), dikkat çeken çözümler arasında yer almaya başlamıştır.

1.6. Yerçekimi enerji depolama sistemleri (GES)

Uluslararası Yenilenebilir Enerji Ajansı'nın (IRENA) 2024 yılına ait son raporuna göre, 2023 yılı sonunda küresel yenilenebilir enerji kurulu kapasitesi 3.870 GW seviyesine ulaşmıştır. Bu toplam kapasite içerisinde en büyük payı ise 1.419 GW ile güneş enerjisi oluşturmaktadır. Bu veriler, güneş enerjisinin küresel enerji dönüşümündeki merkezi rolünü ve yenilenebilir enerji kaynakları arasındaki önemini bir kez daha ortaya koymaktadır.



Şekil 3. Güneş enerjisinin küresel kapasitedeki yeri
Kaynak:(IRENA, 2024).

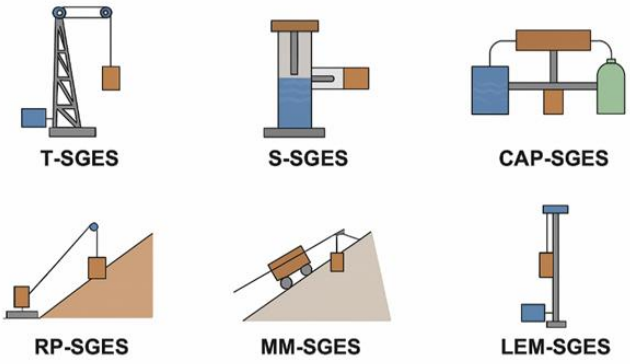
Ancak bu kaynakların hava koşullarına bağımlı olması ve enerji üretimi ile tüketimi arasındaki zaman uyumsuzluğu, elektrik şebekesinin sürdürülebilirliği açısından bir zorluk teşkil etmektedir.

Bu bağlamda, kimyasal reaksiyonlara ihtiyaç duyulmadan enerji depolanmasına olanak tanıyan, temel fizik yasalarına dayalı mekanik bir çözüm olarak yerçekimi enerji depolama sistemleri önerilmektedir (Liu ve ark., 2023). Bu sistemler, elektrik enerjisini potansiyel enerjiye dönüştürerek (örneğin bir kütleyi belirli bir yüksekliğe çıkararak) ve ardından kütlenin yerçekimi kuvveti altında aşağı inmesiyle bu enerjiyi

geri kazanarak tekrarlanabilir ve sürdürülebilir bir döngü sunmaktadır. Bu sistemlerin çalışma prensibi, potansiyel enerji denklemine $(E_p = mgh)$ dayanmaktadır.

Yenilenebilir enerji kaynaklarının düzensiz üretim profilleri nedeniyle, enerji üretimi ile tüketimi arasındaki senkronizasyonun sağlanması enerji sistemleri açısından büyük bir önem taşımaktadır. Bu bağlamda, kimyasal dönüşümlere ihtiyaç duymadan, fiziksel prensiplere dayalı olarak çalışan katı kütle çekimi enerji depolama sistemleri (SGES), sürdürülebilir ve tekrar edilebilir bir çözüm olarak öne çıkmaktadır.

Ancak bu teknolojilerin etkin bir şekilde uygulanabilmesi için, farklı teknik güzergahlarının teknik, ekonomik ve coğrafi açılardan karşılaştırılması gerekmektedir. Aşağıdaki bölümde, SGES teknolojisinin sekiz farklı alt türü karşılaştırmalı olarak sunulmuş ve her birinin avantajları ile sınırlılıkları analiz edilmiştir. Bu kapsamda önce genel sınıflandırmayı gösteren bir şekil sunulmuş, ardından karşılaştırmalı bilgiler tablo halinde verilmiştir.



Şekil 4. Katı Kütle Çekimi Enerji Depolama Sistemlerinin Tipik Şematik Gösterimleri **Kaynak:** (Tong ve ark., 2022).

Tablo 4.Farklı SGES türlerinin karşılaştırmalı analizi

SGES Türü	Temel Özellikler	Avantajlar	Dezavantajlar
T-SGES (Kule Tipi)	Ağırlıklar kule vinç sistemi ile yukarı-aşağı hareket eder	Coğrafi bağımsızlık, modülerlik, ölçeklenebilirlik	Yüksek maliyetli kule yapısı, düşük enerji yoğunluğu, düşük ağırlık verimliliği
S-SGES (Şaft Tipi)	Mevcut maden kuyularında büyük kütlelerin düşey hareketi	Yüksek verim, hızlı tepki süresi, tam ağırlık kullanımı	Coğrafi bağımlılık (maden gerekliliği), güvenlik riskleri

P-SGES (Pistonlu)	Su dolu kapalı hacimde piston yukarı-aşağı hareket eder	Hızlı tepki, modüler tasarım	Su ihtiyacı, mühendislik karmaşıklığı, sızdırmazlık gereksinimi
CAP-SGES (Hava Destekli Pistonlu)	P-SGES'e ek olarak üstte sıkıştırılmış hava kullanılır	P-SGES'e ek olarak üstte sıkıştırılmış hava kullanılır	Yüksek basınçlı sistem, ilave ekipman ihtiyacı
RP-SGES (Halıçlı Pistonlu)	P-SGES + halat ile yukarıdan çekme sistemi	Daha yüksek güç çıkışı, daha az yapısal yük	Halat kontrolü zorlukları, su geçirmezlik zayıflığı
MM-SGES (Dağ Madeni Vagonlu)	Eğik raylarda yük taşıyan vagonlar	Düşük ağırlık maliyeti, güvenlik, büyük kapasiteli	Düşük ağırlık maliyeti, güvenlik, büyük kapasiteli
MC-SGES (Dağ Teleferikli)	Teleferik benzeri sistemle dik eğimlerde taşımacılık	Modüler, dik eğim avantajı, taşınabilirlik	Yükleme-boşaltma karmaşıklığı, coğrafi kısıt
LEM-SGES (Doğrusal Motorlu)	Lineer motorlar ile dikey taşıma (halatsız)	Halat ve dişli gereksinimi yok, verimlilik yüksek	Yüksek maliyet, zayıf ekonomik uygunluk, karmaşık kontrol

Yapılan karşılaştırmalı analiz sonucunda, her bir SGES tipi kendine özgü avantajlar ve uygulama sınırlılıkları içermektedir. Örneğin, T-SGES türü geniş alanlarda ve modüler yapısıyla dikkat çekerken; S-SGES, mevcut madencilik altyapılarından yararlanarak yüksek verimlilik sağlar ancak coğrafi kısıtlamalara tabidir. MM-SGES ve MC-SGES gibi eğimli araziye dayalı sistemler, düşük maliyetli ağırlıklarla büyük ölçekli enerji depolama olanağı sunarken, yüksek alan ihtiyacı ve mekanik karmaşıklık gibi zorluklarla karşı karşıyadır. Bu karşılaştırma, ilerleyen bölümlerde seçilecek sistemin saha koşullarına göre en uygun olanının belirlenmesine ışık tutacaktır.

1.7. Yerçekimi Enerji Depolama Sistemlerinin Pratik Örnekleri

Fazla elektrik enerjisini yerçekimsel potansiyel enerjiye dönüştürerek, bu sistemler enerjiyi daha sonra kullanılmak üzere depolayabilir ve şebeke istikrarı ile güvenilirliğini artırabilir. Bu bölümde iki öne çıkan uygulama incelenmektedir: Gravitricity ve Energy Vault.

1.7.1. Gravitricity: Şaft Tabanlı Yeraltı Depolama

Birleşik Krallık merkezli Gravitricity firması, fazla enerjiyi kullanarak ağır ağırlıkları (50 tona kadar) dikey şaftlarda yukarı kaldıran ve ihtiyaç anında serbest bırakarak elektrik üreten bir sistem geliştirmiştir. Bu sistem, saniyenin altındaki tepki süreleriyle kısa süreli, yüksek güçlü enerji ihtiyacına yöneliktir (Gravitricity, n.d.-a). Edinburgh'daki 250 kW'lık gösterim projesi, bu teknolojiyi başarılı bir şekilde sergilemiştir (Gravitricity, n.d.-b).

1.7.2. Energy Vault: Kule Tabanlı Modüler Depolama

Energy Vault, vinçlerle kompozit blokları kule şeklinde istifleyerek çalışan bir sistem kullanmaktadır. Enerji fazlası olduğunda bloklar yukarı kaldırılır; enerjiye ihtiyaç duyulduğunda ise aşağı indirilerek genaratörlerle elektrik üretilir. EVx platformu modüler bir yapıya sahip olup, 100 MWh'ye kadar kapasite sunar ve uzun süreli enerji depolaması için tasarlanmıştır (Energy Vault, n.d.-a). Çin'in Rudong kentindeki bir proje, bu teknolojinin rüzgar enerjisi ile entegrasyonunu göstermektedir (Energy Vault, n.d.-b).

Tablo 5. Karşılaştırmalı Genel Bakış

Özellik	Gravitricity	Energy Vault
Mekanizma	**Yeraltı şaftında düşen ağırlıklar**	**Beton bloklarla kule yapısı**
Tepki Süresi	Milisaniye	Saniyeler
Enerji Süresi	Kısa süreli (dakika bazında)	Uzun süreli (saat bazında)
Ölçeklenebilirlik	Şaft altyapısıyla sınırlı Yüzeyde	modüler ve yüksek ölçeklenebilir
Malzeme	Çelik halatlar, standart ağırlıklar	Geri dönüştürülmüş beton bloklar
Çevresel Etki	Minimum yüzey etkisi	Geri dönüştürülmüş malzeme kullanımı

Bu bölümde enerji depolama teknolojilerinin genel çerçevesi sunularak batarya sistemleri ile yer çekimine dayalı çözümler karşılaştırmalı olarak ele alınmıştır. Bir sonraki bölümde bu sistemlerin analitik olarak anlaşılabilmesi için gerekli olan modelleme yaklaşımı detaylı olarak ele alınacaktır.

İKİNCİ BÖLÜM

ENERJİ DEPOLAMA SİSTEMLERİNİN MODELLEME TEMELLERİ

2.1. Modelleme Kavramı ve Önemi

Modelleme, gerçek bir sistemin sadeleştirilmiş bir temsilini oluşturma sürecidir ve bu süreç, sistemin işleyişini analiz etmek ve karar verme süreçlerini desteklemek amacıyla yürütülür. Bu modeller, görsel temsiller, matematiksel ilişkiler ve nicel hesaplamaların birleşimiyle, uzmanlar arası iletişimi kolaylaştıran ve karar verme sürecine katkı sağlayan etkili araçlar olarak işlev görür. Enerji mühendisliği alanında kavramsal modeller, karmaşık enerji sistemlerinde temel bileşenleri ve bunlar arasındaki ilişkileri açık bir şekilde ortaya koyarak sistem davranışının anlaşılmasını ve bilgi paylaşımını mümkün kılar (Vrenne, Syverud ve Muller, 2021).

Örneğin, Vrenne ve arkadaşları (2021), kavramsal modelleri "karmaşık sistemlerin açık temsilleri; bireylerin sistemi ve davranışını kendi bağlamı içinde anlamalarına ve aktarmalarına yardımcı olan yapılar" olarak tanımlamaktadır.

Uygulamada, enerji sistemleri modellemesi genellikle fiziksel süreçleri (örneğin enerji akışları, cihaz dinamikleri) ve işletme politikalarını temsil etmek amacıyla görsel şemalar, matematiksel denklemler ve benzetim araçlarının bir kombinasyonunu içerir (López, G. ve ark., 2018). Mundu ve arkadaşları (2024) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, simülasyon tabanlı modellemenin enerji sistemlerinde merkezi bir rol oynadığı vurgulanmaktadır. Bu yaklaşım, sistemlerin dinamik yapılarını ve davranışlarını derinlemesine anlamaya olanak sağlamakta; ayrıca senaryo analizi, sistem optimizasyonu ve enerji politikalarının değerlendirilmesi gibi alanlarda stratejik içgörüler sunmaktadır.

Doğru modelleme, mühendislerin bir enerji sisteminin (elektrik şebekesi, enerji depolama tesisi, mikro şebeke vb.) çeşitli girdilere veya kısıtlamalara karşı nasıl tepki vereceğini, pahalı deneylere ihtiyaç duymadan tahmin etmelerine olanak tanır. Elektrik mühendisliği ve enerji depolama alanlarında kullanılan modeller; enerji akışlarını, verimlilik kayıplarını, dinamik yanıtları ve bileşenler arasındaki etkileşimleri nicelleştirir. Örneğin, farklı yük koşulları veya kontrol stratejileri altında

bir enerji depolama sisteminin şarj ve deşarj döngülerinin modellenmesi gibi uygulamalar mevcuttur. Bu nedenle, doğru modelleme sistem kontrolünün tasarımı, izlenmesi ve optimizasyonunu mümkün kılmaktadır (Mousavi ve ark., 2019; Mundu ve ark., 2024).

Enerji sistemlerinde karşılaşılan birçok fiziksel süreç, değişkenlerin zamanla değişim hızlarına dayanır; bu da bu süreçlerin diferansiyel denklemler aracılığıyla modellenmesini gerekli kılar. Diferansiyel denklemler, fiziksel sistemlerin dinamik davranışlarını tanımlamada temel bir matematiksel araç olarak öne çıkar. Akışkan hareketleri, ısı iletimi, elektrik akımı ya da enerji depolama sistemlerindeki şarj ve deşarj süreçleri gibi pek çok fenomen, bu tür denklemlerle doğru biçimde temsil edilebilir (Boyce ve ark., 2017).

Bu nedenle, diferansiyel denklemlere dayalı modelleme yalnızca teorik analiz için değil, aynı zamanda simülasyon, sistem tepkilerinin öngörülmesi ve kontrol stratejilerinin geliştirilmesi açısından da kritik öneme sahiptir. Diferansiyel denklemler, mühendislerin fiziksel süreçleri daha iyi anlamasına, sistem davranışlarını tahmin etmesine ve alternatif senaryolar altında sistem performansını değerlendirmesine imkân tanır (Boyce ve ark., 2017)

Özellikle yerçekimi tabanlı enerji depolama sistemleri gibi yeni nesil depolama teknolojilerinin modellenmesi, bu sistemlerin performans ve uygulanabilirlik açısından mevcut yerleşik teknolojilerle karşılaştırılabilmesi için analitik bir temel sunar.

2.2. Önceki Modellerin İncelenmesi

Enerji depolama sistemleri alanında, pompalı hidroelektrik depolama (PHS), mevsimsel termal depolama (STS) ve hibrit güneş-yerçekimi sistemleri gibi teknolojiler, doğru bir şekilde modellenmeleri amacıyla kapsamlı biçimde incelenmiştir. Bu bağlamda, sistem davranışının bütüncül şekilde analiz edilebilmesi için rezervuarlardaki su dengesi, türbin ve pompa dinamikleri ile elektriksel kontrolörlerin performansı gibi parametreler dikkate alınmıştır (Berrada ve ark., 2017). Bu çalışmalardan birinde, mekanik, hidrolik ve elektriksel bileşenler Simulink ortamında entegre biçimde modellenmiştir (Berrada ve ark., 2017). Ayrıca, güneş-rüzgar-yerçekimi sistemlerine yönelik olasılıksal analizler de gerçekleştirilmiştir

(Rahore ve ark., 2022). Ancak mevcut literatür incelendiğinde, Energy Vault gibi kule tabanlı yerçekimi depolama sistemlerine ilişkin özgül ve kapsamlı bir modelin henüz sunulmadığı görülmektedir; bu durum, ilgili alanda önemli bir araştırma boşluğunu ortaya koymaktadır.

2.3. Mekanik Modelleme

Yerçekimi sistemlerinin mekanik modellenmesi, hareketli kütle, kaldırma mekanizması (örneğin motor ve makara), hareket yolu (örneğin kule veya dikey şaft) ve bu bileşenlerin çevre ile etkileşimi gibi temel fiziksel bileşenlerin anlaşılmasını gerektirir (Wang, Xiao ve Liu, 2019). Bazı çalışmalarda, su türbinlerinin veya askıya alınmış ağırlık sistemlerinin davranışlarının modellenmesine odaklanılmıştır. Bu modeller, enerji aktarımını farklı durumlar arasında (hareket, durma, depolama) ve sürtünme, enerji kaybı ve sistemin dinamik davranışı (ivmelenme ve yavaşlama) gibi faktörleri incelemektedir. Ayrıca, kütlenin hareketinin kontrolü ve diğer sistem bileşenleriyle etkileşimi hassas bir mekanik modelleme gerektirmektedir (Berrada ve ark., 2017).

2.4. Matematiksel Modelleme

Matematiksel düzeyde, yerçekimi temelli sistemlerin modellenmesi; ağırlık kuvveti, ivme, sürtünme ve hareket denklemlerinin (Newton'un yasaları) oluşturulmasını içerir. Yerçekimsel potansiyel enerji, $E_p = mgh$ şeklinde tanımlanır; burada m kütle, g yerçekimi ivmesi ve h ise yüksekliktir. Ayrıca, makaralar veya kablolar gibi mekanik kayıplar, motor dinamikleri ve enerji dönüşüm verimliliği de modelde dikkate alınmalıdır. Hassas modellemelerde, sistemin diferansiyel denklemleri çıkarılır ve bu denklemler Simulink gibi araçlar veya dinamik analiz yazılımları kullanılarak analiz edilir.

2.5. Genel Değerlendirme ve Üçüncü Bölüme Giriş

Bu bölümde, enerji sistemlerinde modellemenin önemi ve uygulamaları öncelikle açıklanmıştır. Ardından, enerji depolama sistemlerinin modellenmesi konusundaki önceki çalışmalar incelenmiş ve kule tabanlı yerçekimi sistemleri için mekanik-matematiksel model eksikliği tespit edilmiştir. Devamında, bu tür bir sistemin analizine yönelik gerekli olan mekanik ve matematiksel model yapısı gözden

geçirilmiştir. Üçüncü bölümde, önerilen yerçekimi sisteminin mekanik modelinin tasarımı ayrıntılı şekilde ele alınacaktır. Bu, tasarım varsayımlarını, hareket denklemlerinin çıkarılmasını ve ilk doğrulama adımlarını içerecektir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

YERÇEKİMİ BATARYA SİSTEMİNİN DİNAMİK MODELLEMESİ VE MATEMATİKSEL ANALİZİ

3.1. Giriş

Bu bölümde, yerçekimi batarya sisteminin dinamik modellemesine başlanmaktadır. Ana odak noktası, sistemin şarj aşamasıdır; yani, bir kütlenin elektrik motoru tarafından üretilen kuvvetle yukarı doğru hareket ettirilmesi ve bu sayede sistemde yerçekimi potansiyel enerjisinin depolanmasıdır. Bu süreçte sistem, yerçekimi kuvvetleri, mekanik dirençler (örneğin sürtünme ve hava direnci) ve elektriksel tahrik kuvvetinin etkisi altındadır.

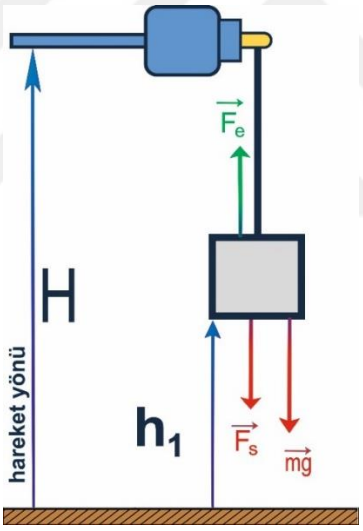
Bu davranışın analiz edilmesi için öncelikle, sistemin hareket denklemleri fiziksel yasalar ve enerji korunumu ilkelerine dayanarak çıkarılır. Hareket denkleminin analizi, sistemin doğal cevabı, geçici davranışları ve kararlı durumu, mekanik ve elektriksel eşdeğerler aracılığıyla karşılaştırmak için bir fırsat sunar.

İlk olarak, homojen çözümle elde edilen doğal çözüm kullanılarak sistemin frekans cevabı ve sönüm özellikleri incelenir ve ardından Laplace dönüşümüyle genel çözüm elde edilir. Daha sonra, analitik çözümlerin sınırlamaları göz önünde bulundurularak, Dördüncü mertebeden Runge-Kutta (RK4) yöntemiyle sayısal simülasyonlar yapılır ve elde edilen sonuçlar Python ortamında görselleştirilir. Son olarak, analitik ve sayısal bulgular karşılaştırılarak modelin doğruluğu değerlendirilir ve sistem parametrelerinin (m, sürtünme katsayıları, motor sabiti vb.) dinamik davranış üzerindeki etkisi parametre duyarlılık analizi ile incelenir.

Sonuç olarak, elde edilen analitik ve sayısal sonuçlar karşılaştırılacak ve kütle, sürtünme katsayısı ve giriş gerilimi gibi değişkenlerin denge süresi ve sistemin dinamik cevabı üzerindeki etkisi parametre duyarlılık analizi ile değerlendirilecektir. Bu analizler, yerçekimi tabanlı enerji depolama sistemleri için tasarım ve kontrol stratejilerinin geliştirilmesine rehberlik edecektir. Bölümün sonunda, mekanik ve elektriksel açıdan sistem davranışına kapsamlı bir bakış sunan özet ve tartışma konuları yer alacaktır.

3.2. Hareket Denklemlerinin Çıkarılması ve Başlangıç Koşullarının Tanımlanması

Bu çalışmada, bir yerçekimi bataryası sisteminde bir cismin hareketinin incelenmesi ve modellenmesi amaçlanmaktadır. Bu sistemde, bir güç kaynağından sağlanan elektrik enerjisi mekanik enerjiye dönüştürülerek bir kütlenin yukarı kaldırılmasında kullanılır. Öncelikle bu hareketin mekanik analizi yapılacak, ardından eşdeğer elektrik devresi incelenecektir. Bu çalışmada, kütlesi (m) olan bir cisim, dikey bir yol boyunca bir elektrik motoru yardımıyla yukarı doğru hareket etmektedir. Sistem motor, güç iletim mekanizması, yerçekimi kuvveti ve hava sürtünmesi ile mekanik kayıplar gibi direnç kuvvetlerini içermektedir. Motor, elektrik enerjisini mekanik enerjiye dönüştürerek kütleyi yukarı kaldırırken, yerçekimi kuvveti cismi aşağı çekme eğilimindedir. Bunun yanı sıra, genellikle hıza bağlı olan direnç kuvveti, cismin hareket yönüne zıt bir şekilde etki etmektedir.



Şekil 5. Yerçekimi bataryası sisteminde yukarı yönlü hareketin şematik gösterimi

Başlangıçta t=0 anında, cismin hızı 0 ve yüksekliği h_1=0 olarak kabul edilmiştir.

v: kütlenin anlık hızı [m s^{-1}]

h_1: kütlenin anlık yerden yüksekliği [m]

$$v = \frac{dh_1}{dt}, a = \frac{d^2h_1}{d\,t^2} \quad (1)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta h_1 \xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2\frac{d^2h_1}{d\,t^2}h_1 \quad (2)$$

$$V = I_a R_a + E_b \quad (3)$$

$$\tau = k.\, I_a \quad (4)$$

$$\tau = F_e.\, r \quad (5)$$

$$E_b = k.\, \omega \,„ \quad (6)$$

Motor tarafından üretilen etkili elektriksel kuvvet F_e , uygulanan gerilim ve ters elektromotor kuvvetin (Back EMF) etkisi altında olup aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$F_e = \frac{K}{r\, R_a} V - \frac{K^2}{r^2\, R_a} \frac{dh_1}{dt} \quad (7)$$

Aşağıdaki tabloda, denklem (7) kapsamında kullanılan sembol ve parametrelerin tanımları ve birimleri özetlenmiştir.

Tablo 6. Denklem (3.5) Kapsamında Kullanılan Semboller ve Parametreler

Sembol	Açıklama	Birim
Fe	Elektromekanik kuvvet (motor tarafından üretilen net kuvvet)	N(Newton)
K	Motor sabiti (tork ve geri-dönüş EMF sabiti)	N·m/A
V	Motor giriş gerilimi	V (volt)
R	Makara (kasnak) yarıçapı	m(metre)
R_a	Motor armatür direnci	Ω(ohm)
$\frac{dh_1}{dt}$	Yüksekliğin zamanla değişim hızı (cismin doğrusal hızı)	m/s

Not: Bu çalışmada motorun giriş gerilimi V sabit kabul edilmiştir. Ancak gerilimin zamanla değiştiği durumlarda, V(t) bir fonksiyon olarak ifade edilerek denklemler yeniden düzenlenebilir. Bu durum, sistemin dinamik tepkisini etkileyebilir ve ileri çalışmalar kapsamında ele alınabilir.

Enerji korunumu prensibine göre, sistemin enerji denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$W_p + W_k + W_{sür} = W_{elk} \quad (8)$$

W_p: Kütlenin potansiyel enerjisi

W_k: Kütlenin kinetik enerjisi.

$W_{sür}$: Sürtünme kuvvetlerinden kaynaklanan enerji kaybı.

W_{elk}: Motor tarafından üretilen elektriksel enerji.

Hareketin mekanik özelliklerinde hız ve yükseklik önemli olduğundan, denklemlerimiz ana değişkenler olarak hız ve yüksekliği içerecek şekilde yazılmaktadır.

$$mgh_1(t) + \frac{1}{2}mv^2 + F_s h_1(t) = F_e h_1(t) \tag{9}$$

Burada F_s, hava direnci ve diğer mekanik kayıpları temsil eden toplam sürtünme kuvvetidir ve genellikle hızla orantılı olarak modellenir.

(1),(2) numaralı denklemler göz önünde bulundurularak, (10) numaralı denklem elde edilmektedir:

$$mgh_1(t) + m\frac{d^2h_1}{dt^2}h_1(t) + F_s h_1(t) = F_e h_1(t) \tag{10}$$

$$mg + m\frac{d^2h_1}{dt^2} + F_s = \frac{K}{r R_a}V - \frac{K^2}{r^2 R_a}\frac{dh_1}{dt} \tag{11}$$

$$m\frac{d^2h_1}{dt^2} + \frac{K^2}{r^2 R_a}\frac{dh_1}{dt} = \frac{K}{r R_a}V - F_s - mg \tag{12}$$

3.2.1. Elektriksel ve Mekanik Parametreler Arasındaki Benzerlikler

Birçok fiziksel sistemde, mekanik bir sistemin dinamik davranışı eşdeğer bir elektrik devresi ile modellenebilir. Bu bölümde, yerçekimi batarya sistemindeki kütlenin hareket denkleminin, seri RL devresindeki akım denklemiyle benzer olduğu gösterilecektir. Bu eşdeğerlik, elektrik devre analiz yöntemlerinin bu sistemin davranışını incelemek için kullanılmasına olanak tanımaktadır.

Eğer h değişkenini bir kondansatörde depolanan yük(q) ile benzer şekilde ele alırsak,bu durumda: ($h_1 \equiv q$)

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V(t) \tag{13}$$

Denklem (14), seri bir RL devresinin diferansiyel denklemi ile aynı formda yazılabilir:

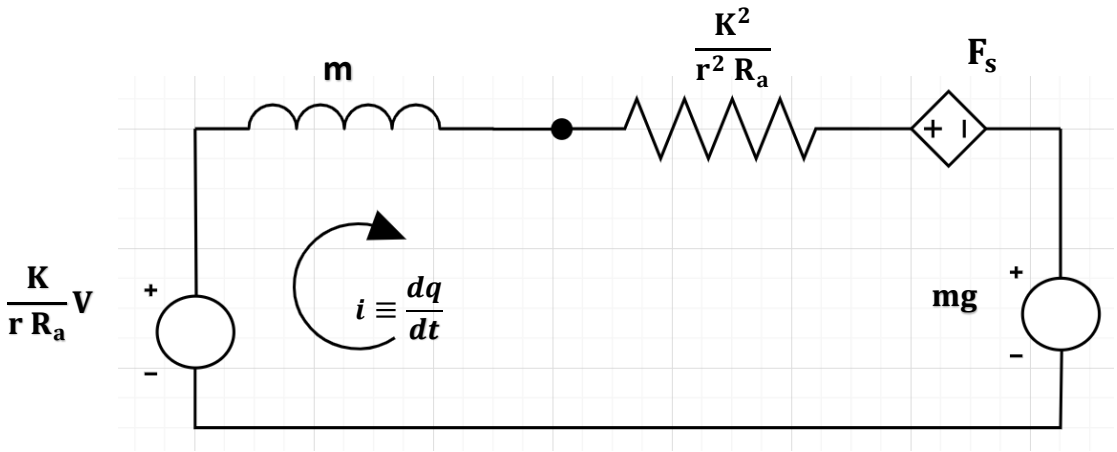
$$m\frac{dv}{dt} + \left(\frac{K^2}{r^2\,R_a}\right)\cdot v = \frac{K}{r\,R_a}V - F_s - mg \tag{14}$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + V_1 + V_2 = V(t) \tag{15}$$

Tablo 7. Elektriksel ve Mekanik Parametrelerin Karşılaştırılması

Elektriksel Bileşen	Mekanik Karşılığı	İfade/Birim
Endüktans (L)	Kütle (m)	m=L [H ↔ kg]
Direnç (R)	Sönümleme (b)	$b = \frac{K^2}{r^2\,R_a}$ [Ω ↔ N · s/m]
Yük (q)	Yer değiştirme ($h_ı$)	$h_1 = q$ [$C \leftrightarrow m$]
Gerilim kaynağı V(t)	Kuvvet kaynağı F(t)	$F(t) = \frac{K}{r\,R_a}V(t) - F_s - mg$[V ↔ N]

Mekanik sistemin parametreleri, bir RL devresindeki bileşenler ile aşağıdaki şekilde eşleştirilebilir:



Şekil 6. sistemin eşdeğer elektrik devresi

Bu benzerliklere dayanarak, motorun davranışını tanımlayan diferansiyel denklem şu şekilde elde edilir:

Sistemin elektriksel ve mekanik bileşenleri arasındaki ilişkiler şu şekilde özetlenebilir:

- Endüktans (L) ile Kütle (m) eşdeğerdir: $L \equiv m$
- Elektriksel Direnç (R) motor parametreleri kullanılarak $R \equiv \frac{K^2}{r^2 R_a}$ olarak ifade edilir.
- Motor Gerilimi V(t) giriş gerilimine bağlı olarak $V(t) \equiv \frac{K}{r R_a} V$ şeklinde hesaplanır.
- Sürtünme Kuvveti V_1, F_s olarak tanımlanır: $V_1 \equiv F_s$
- Yerçekimi Kuvveti V_2, mg ile temsil edilir: $V_2 \equiv mg$

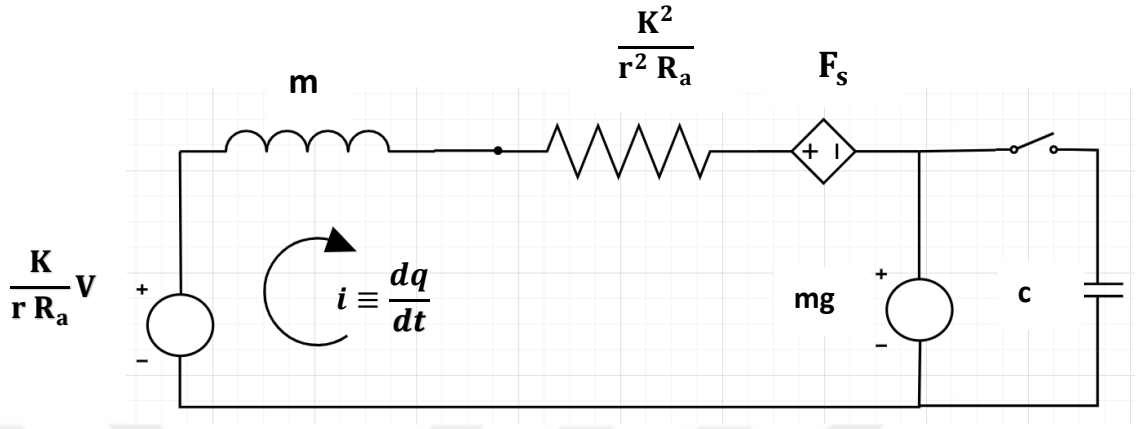
3.2.1.1. Potansiyel Enerji Depolamasını Temsil Eden Genişletilmiş Eşdeğer Devre Modeli

Yerçekimi batarya sisteminde potansiyel enerjinin daha doğru temsil edilebilmesi için, başlangıçta önerilen RL tipi eşdeğer elektrik devresi genişletilerek bir kondansatör (C) eklenmiştir. Bu yapıda kondansatör, mg ile temsil edilen yerçekimi kuvvetiyle paralel bağlanmış ve bu kol üzerine yerleştirilen bir anahtar aracılığıyla kondansatöre enerji akışı kontrol edilmektedir.

Şarj süreci sırasında devreye gerilim uygulandığında, akım temel devre yolundan geçerek dinamik sistemi (yukarı doğru hareket eden kütleyi) harekete geçirir. Kütle, hedeflenen yüksekliğe ulaşıp sistem tam olarak şarj olduktan sonra, mg paralelindeki anahtar kapatılır. Böylece akım kondansatöre yönlendirilir ve burada potansiyel enerjiye karşılık gelen bir gerilim depolanır ($E_p = mgh$). Anahtar açıldığında kondansatör üzerindeki bu gerilim korunur ve sistemde depolanmış enerji varlığı simgelenmiş olur.

Bu modelleme yaklaşımı sayesinde, eşdeğer devre yalnızca sistemin geçici davranışını (yani kütlenin yukarı çıkmasını) değil, aynı zamanda enerji depolama sürecinin kalıcı durumunu da doğru bir şekilde temsil edebilmektedir.

Burada kondansatör, yükseklikte depolanan potansiyel enerjiyi temsil ederken; endüktör (L) ve direnç (R) ise sistemin dinamik davranışını ve enerji kayıplarını ifade etmektedir.



Şekil 7. Potansiyel enerjiyi temsil eden C elemanlı genişletilmiş eşdeğer devre modelied

3.2.2. RL Devresi ile Geçici Davranış Benzerliği ve Zaman Sabiti Analizi

Bir seri RL devresinde, endüktör hızlı akım değişimlerine karşı direnç gösterir. Bu, akım değişikliklerinin gerilim değişikliklerine kıyasla kademeli olduğunu ifade eder. Akımın değişimindeki bu zaman gecikmesi, akımın artışını doğal olarak sınırlayan bir etki yaratır.

Benzer şekilde, mekanik bir sistemde kütle, hızın hızlı değişimlerine karşı direnç gösterir. Bu, hızın ani bir şekilde değişmemesini ve hızın zamanla artmasını sağlar. Seri RL devresindeki direnç (R), akımın geçişine karşı direnç göstererek, akımın artışını sınırlayan bir faktördür. Aynı şekilde, mekanik sistemdeki direnç terimi de hareketin hızını sınırlayan bir etkendir. Bu etki, sistemdeki enerji akışını yavaşlatır ve sonunda dengeye ulaşmasını sağlar.

İlgili mekanik sistemde, elektriksel sistemlerle benzer şekilde, hız zamanla değişebilir ve geçici bir davranış sergileyebilir. Yani hızdaki değişiklikler yavaşça gerçekleşir ve sonunda sabit bir değere ulaşır. Bu geçici değişiklikler genellikle üssel bir fonksiyonla modellenir ve nihai dengeye ulaşmak için gereken süreyi belirler. Bu nedenle, mekanik sistemi daha ayrıntılı analiz edebilmek için, önce sistemin geçiş süresi (yarı zaman) hesaplanmalı ve bu zamanla hız değişimlerini ilişkilendirerek, sistemin zaman içindeki mekanik sistemde hız, tıpkı elektriksel devredeki akım gibi, zamana bağlı olarak değişir ve geçici bir davranış sergileyerek nihai sabit değere

ulaşır. Bu süreç, çözümünde üssel bir fonksiyon bulunan bir diferansiyel denklem ile modellenir ve bu fonksiyon, sistemin denge durumuna ulaşması için gereken süreyi belirler.

İlgili diferansiyel denklem, ilk dereceden olup, Entegre katsayısı (Integrating Factor) yöntemiyle çözülmüştür ve bu yöntem, Dorf ve Svoboda (2013) tarafından, birinci dereceden doğrusal diferansiyel denklemlerin çözümü için standart bir yöntem olarak tanımlanmıştır.

Bu denklemde, cismin hızı v(t) zamana bağlı olarak değişir ve yerçekimi kuvveti (mg) ve sürtünme kuvveti gibi farklı kuvvetlerin etkisi altındadır. Bu denklemi çözmek için Entegre Faktör yöntemi kullanılmıştır ve bu yöntem, geçici davranışları ve kalıcı durum ulaşmayı etkili bir şekilde modellemiştir.

Denklemin çözümü şu şekilde ifade edilmektedir:

$$v(t) = \frac{r}{k}V - g\,.\frac{m.r^2.R_a}{k^2} - \frac{e^{\frac{K^2}{mr^2\,R_a}t}}{m}\int e^{\frac{K^2}{mr^2\,R_a}t}F_s(v)dt + Ce^{-\frac{K^2}{mr^2\,R_a}t} \qquad (16)$$

Not: $F_s(v)$fonksiyonu sürtünmeyi temsil eder ve doğrusal (**cv**), ikinci dereceden (**cv²**) veya her ikisinin bir kombinasyonu olabilir, Bu durum integralin analitik olarak çözülüp çözülemeyeceğini etkiler.C değeri başlangıç koşullarına göre belirlenir.

Elektrik devrelerinde zaman sabiti şu şekilde tanımlanır:

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (17)$$

Mekanik sistemdeki karşılığı ise:

$$\tau = \frac{mr^2R_a}{k^2} \qquad (18)$$

Bu ifade, sistemin dengeye ulaşmadan önceki geçici süresini tanımlar ve sistem parametrelerine doğrudan bağlıdır. Böylece hem mekanik hem de elektriksel sistemlerdeki geçici davranışlar arasında güçlü bir benzerlik kurulmuş olur.

3.2.3. Sistem Davranışının Zamanla Değişimi: Geçici ve Kalıcı Durum

Yerçekimi batarya sisteminin şarj aşamasında, kütlenin yukarı doğru hareketi sırasında sistem, dinamik bir yanıt sergiler. Bu süreçte, uygulanan motor kuvveti nedeniyle kütle hemen sabit bir hıza ulaşamaz; bunun yerine, sistemin ataleti ve karşıt

kuvvetlerin etkisiyle hız zamanla değişir. Bu davranış, birinci dereceden diferansiyel denklemlerle modellenebilir ve sistemin zamana bağlı geçici (transient) ve kalıcı (steady-state) tepkileri olarak iki temel bileşende incelenir (Dorf & Svoboda, 2013).Geçici durum, sistemin ilk tepkisini ve dengeye ulaşma sürecini temsil eder. Bu aşamada, sistemin hızı ve ivmesi zamana bağlı olarak değişir ve uygulanan kuvvete karşılık olarak sistemin tepkisi şekillenir. Kalıcı durumda ise, sistem artık zamana bağlı değişiklik göstermez ve hız sabit bir değere ulaşır. Bu analiz, sistemin enerji biriktirme kapasitesinin ve tasarım parametrelerinin etkili bir şekilde anlaşılması için kritiktir (Ogata, 2010).

Bu nedenle, şarj aşamasında hem geçici hem de kalıcı davranışların modellenmesi, sistemin kontrol stratejileri ve performans analizleri açısından büyük önem taşımaktadır.

3.2.3.1. Geçici Durum:

Kuvvet uygulandığında, sistemin kütlesi ve atalet etkisi nedeniyle anında nihai hıza ulaşması mümkün değildir. Başlangıçta (t=0), hız sıfırdır ve sistemin ivmesi maksimum seviyededir. Ancak zamanla, sistemin ivmesi azalırken hızı üssel olarak artar. Bu değişim, sistemin zaman sabiti τ ile belirlenir. Zaman sabiti, sistemin nihai hızına ulaşma sürecini tanımlar ve dış kuvvet değişimlerine sistemin tepkisini belirler.

3.2.3.2. Kalıcı Durum:

Belirli bir zaman aralığı geçtikten sonra sistem, geçici yanıt bölgesinden çıkarak kararlı duruma ulaşır. Bu durumda ivme sıfıra yaklaşır $(\frac{dv}{dt} = 0)$ ve sistem sonunda sabit bir hıza ulaşır. Bu denge noktasında, hız artık değişmez ve sistemin nihai hızı (v_{final}) elde edilir:

$$\left(\frac{K^2}{r^2\, R_a}\right) \cdot v = \frac{K}{r\, R_a} V - F_s - mg \tag{19}$$

$$v_{final} = \frac{\frac{K}{r\, R_a} V - F_s - mg}{\frac{K^2}{r^2\, R_a}} \tag{20}$$

Zaman sabiti (τ), sistemin hızının sabit değerine ulaşma sürecini belirlediğinden, $t \approx 5\tau$ olduğunda hız, son değerinin yaklaşık %90'ına yaklaşır. Nesnenin kütlesi

arttıkça, sistemin denge hızına ulaşma süresi uzar, yani sistem daha yavaş tepki verir. Öte yandan, motor tarafından uygulanan kuvvetin büyüklüğü arttıkça, hız sabit değerine daha hızlı ulaşır. Bu ilişkiler, sistemin dinamik davranışını ve kararlı duruma ulaşma süresini belirleyen önemli parametrelerdir.

3.2.4. Sabit Hıza Ulaşma Koşulunun Analizi ve Şarj Sürecine Etkisi

Hareket denkleminin genel çözümünü bulduktan sonra, sistemin ivmesinin sıfır olduğu ve sabit hız ile hareket ettiği durum analiz edilmelidir. Bu noktada, sistem kararlı duruma ulaşır ve yükseklik değişimi zamanla sabit hızda gerçekleşir.

Geçici davranışın yaklaşık olarak $t \approx 5\tau$ süresinde sona erdiği varsayımı altında, sistemin minimum çalışma yüksekliği $h(t)$, $t=5\tau$ anında değerlendirilmelidir.

Bu nokta, sistemin kararlı duruma geçtiği ve yükseklik artışının sabit hızla devam ettiği anlamına gelir. Bu durum, yerçekimi enerjisi depolama sistemlerinde "şarj" sürecinin etkinliği açısından kritiktir. Çünkü yükün sabit hızla yukarı taşınması, motor gücünün dengeli kullanımı ve sistemin enerji verimliliği açısından tercih edilen bir durumdur.

Ayrıca, sabit hıza ne kadar sürede ulaşıldığı; motorun uyguladığı kuvvet, yükün kütlesi ve sistemin elektriksel/mekaniksel parametreleriyle doğrudan ilişkilidir. Daha büyük bir motor kuvveti sistemi daha hızlı kararlı duruma getirirken, daha ağır bir yük bu süreyi uzatır.

Bu analiz sonucunda, sistem tasarımında sabit hıza ulaşma süresi göz önünde bulundurularak, maksimum enerji verimi sağlayacak parametrelerin seçimi yapılmalıdır. Özellikle şarj süresi, sistemin toplam çevrim verimliliği üzerinde belirleyici bir rol oynar.

3.3. Hareket Denkleminin Analitik Yöntemlerle Çözümü

Bu bölümde, yerçekimi bataryası sistemi için türetilen hareket denklemi analiz edilerek çeşitli çözüm yöntemleri sunulacaktır. Bu analizdeki temel amaç, yüksekliğin $h(t)$ zaman içindeki değişimini incelemek ve sistemin geçici (geçici durum) ve kalıcı (kararlı durum) davranışlarını karşılaştırmaktır. Elde edilen diferansiyel denklemin doğası gereği, analitik ve sayısal yöntemler kullanılarak çözümler bulunabilir.

Analitik yöntemler, sistemin davranışını matematiksel olarak tanımlamamıza ve farklı parametrelerin tepkiler üzerindeki etkisini belirlememize olanak tanır. Öte yandan, Runge-Kutta (RK4) gibi sayısal yöntemler, analitik çözümün zor veya mümkün olmadığı durumlarda denklemlerin çözülmesini sağlar.

Bu bölümde öncelikle hareket denklemi homojen yöntem ile çözülerek sistemin doğal tepkisi incelenecektir. Daha sonra, Laplace dönüşümü yöntemi kullanılarak genel çözüm elde edilecektir. Son olarak, Dördüncü Derece Runge-Kutta (RK4) yöntemi ile sayısal çözüm yapılacak ve üç yöntemin sonuçları karşılaştırılacaktır.

3.3.1. Homojen Çözüm

3.3.1.1. Hareket Denkleminin Homojen Çözümü

Bu bölümde, daha önce türetilmiş olan hareket denkleminin homojen çözümü ele alınacaktır. Diferansiyel denklemler genellikle homojen ve özel çözüm bileşenlerinden oluşur. İlk olarak, homojen çözüm belirlenerek sistemin doğal tepkisi analiz edilecektir.
Öncelikle, genel hareket denklemi (12)her iki tarafını m'ye bölüyoruz:

$$\frac{d^2h_1}{d\,t^2} + \frac{K^2}{mr^2\,R_a}\frac{dh_1}{dt} = \frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s}{m} - g \tag{21}$$

Hesaplamaları kolaylaştırmak için aşağıdaki ifadeyi α olarak tanımlıyoruz:

$$\alpha = \frac{K^2}{mr^2R_a} \tag{22}$$

$$\frac{d^2h_1}{d\,t^2} + \alpha\cdot\frac{dh_1}{dt} = \frac{K}{mr\,R_a}V - \frac{F_s}{m} - g \tag{23}$$

$$h_{genel} = h_{Homojen} + h_{Özel} \tag{24}$$

Bu denklemin homojen kısmı, dış kuvvetler ve sabit terimler göz ardı edilerek elde edilir:

$$\frac{d^2h_1}{d\,t^2} + \alpha \cdot \frac{dh_1}{dt} = 0 \tag{25}$$

Bu bir lineer, sabit katsayılı, ikinci dereceden diferansiyel denklem olup, genel çözümü karakteristik denklem kullanılarak bulunabilir.

Karakteristik denklem şu şekilde yazılır:

$$\lambda^2 + \alpha.\lambda = 0 \rightarrow \lambda = 0\,, \lambda = -\alpha \tag{26}$$

Böylece homojen denklemin genel çözümü:

$$h_H(t) = e^{\lambda t}$$

$$h_H(t) = C_1 e^{0t} + C_2 e^{-\alpha t} \rightarrow h_H = C_1 + C_2 e^{-\alpha t} \tag{27}$$

$$h_H(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{K^2}{mr^2 R_a}t} \tag{28}$$

3.3.1.2. Hareket Denkleminin Özel Çözümü

Daha önce elde edilen homojen çözümün yanı sıra, hareket denklemi zorlayıcı terimler içerdiğinden, bir özel çözüm $h_p(t)$ bulmamız gerekmektedir. Hareket denkleminde F_s terimi, hız v'ye bağlı bir kuvveti temsil ettiğinden, diferansiyel denklemin özel çözümünü belirlemek daha karmaşık hale gelmektedir. Bu nedenle, özel çözümün elde edilmesi için parametrelerin değişimi yöntemi uygulanmıştır.

$$y_{özel} = y_2 \int \frac{y_1 f(x)}{W} - y_1 \int \frac{y_2 f(x)}{W} \tag{29}$$

Burada Wronskian determinantı $W = y_1 y_2' - y_2 y_1'$ olarak ifade edilir.

Homojen çözümler $h_1 = 1$ ve $h_2 = e^{-\alpha t}$ olarak seçilmiştir ve türevleri $\frac{dh_1}{dt} = 0$ ve $\frac{dh_2}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t}$ olarak hesaplanır.Bu ifadeler kullanılarak Wronskian:

$$w = h_1 \frac{dh_2}{dt} - h_2 \frac{dh_1}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t} \tag{30}$$

şeklinde elde edilir.

Wronskian hesaplanarak özel çözüm formülüne yerleştirilir ve böylece diferansiyel denklemin özel çözümü elde edilir.

$$h_{\ddot{O}} = h_2 \int \frac{(\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_S(v)}{m} - g)\,h_1}{W}\,dt - h_1 \int \frac{(\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_S(v)}{m} - g)\,h_2}{W}\,dt \tag{31}$$

$$h_{\ddot{O}} = e^{-\alpha t} \int \frac{(\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_S(v)}{m} - g)}{-\alpha e^{-\alpha t}}\,dt - \int \frac{(\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_S(v)}{m} - g)e^{-\alpha t}}{-\alpha e^{-\alpha t}}\,dt \tag{32}$$

$$h_{\ddot{O}} = \frac{1}{\alpha}\int \frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)\,dt - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha}\int (\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)e^{\alpha t}\,dt \tag{33}$$

Bu noktada, integral ifadelerinin doğrudan çözümü, $F_s(v)$ kuvvetinin hızla olan ilişkisinin detaylı bir şekilde incelenmesini gerektirmektedir. Bu analiz, sonraki bölümlerde ele alınacaktır.

$$h_{genel} = C_1 + C_2 e^{-\alpha t} + \frac{1}{\alpha}\int \frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)\,dt - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha}\int (\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)e^{\alpha t}\,dt \tag{34}$$

Başlangıç koşullarına göre $t = 0$'da yer değiştirme ve hız sıfır olduğundan, C_1 ve C_2 sabitlerini belirlemek için bu koşulları (34) denkleme yerleştiriyoruz.

$$h(0) = h_0 = 0 \tag{35}$$

$$h_0 = C_1 + C_2 e^{-\alpha t} + \frac{1}{\alpha}\int (\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)\,dt - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha}\int (\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)e^{\alpha t}\,dt \tag{36}$$

$$C_1 + C_2 = 0 \tag{37}$$

$$v_0 = \frac{dh}{dt}(0) = 0 \tag{38}$$

$$\frac{dh}{dt} = -\alpha C_2 e^{-\alpha.t} + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g\right) + e^{-\alpha t}\int \left(\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g\right)e^{\alpha t}\,dt - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha}\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g\,e^{\alpha t} \tag{39}$$

$$\frac{dh}{dt} = -\alpha C_2 e^{-\alpha.t} + e^{-\alpha t}\int \left(\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g\right)e^{\alpha t}\,dt \tag{40}$$

$$\frac{dh}{dt}(0) = -\alpha C_2 e^{-\alpha.0} = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad , C_1 = 0 \tag{41}$$

$$h_g = \frac{1}{\alpha}\int (\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)\,dt - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha}\int (\frac{K}{m\,r\,R_a}V - \frac{F_s(v)}{m} - g)e^{\alpha t}\,dt \tag{42}$$

$$h_g = \frac{r}{k}Vt - g\,.\frac{m.r^2.R_a}{k^2}t - \frac{e^{-\alpha t}}{m}\int e^{\alpha t}F_s(v)dt - \frac{C}{\alpha}e^{-\alpha t} + C' \quad (43)$$

3.3.2. Laplace Dönüşümü ile Teorik Çözüm

Bir önceki bölümde, hareket denklemi hem homojen hem de özel çözüm bileşenleriyle analitik olarak incelenmiştir. Bu bölümde ise aynı diferansiyel denklem, Laplace dönüşüm yöntemiyle çözülerek sistemin tepkisi farklı bir matematiksel yaklaşımla incelenecektir.

Ancak sistemin hareket denklemi, hıza bağlı olarak tanımlanan

$F_s(v) = \mathbf{a}\cdot\mathbf{v}^2 + \mathbf{b}\cdot\mathbf{v} + \mathbf{c}$ şeklindeki sürtünme kuvveti nedeniyle doğrusal değildir. Bu tür doğrusal olmayan terimler, klasik Laplace dönüşümünün doğrudan uygulanmasına engel teşkil eder.

Bu nedenle, sistemin analitik çözümünü mümkün kılmak ve teorik olarak incelenebilmesini sağlamak amacıyla, sürtünme kuvveti yaklaşık bir modelle sadeleştirilmiş ve doğrusal bir forma indirgenmiştir: $F_s(v) = \mathbf{b}\cdot\mathbf{v} + \mathbf{c}$

Bu yaklaşım, literatürde doğrusal olmayan sistemlerin analizinde yaygın olarak tercih edilen ve geçerliliği kabul görmüş bir yöntemdir. Deneysel verilere ulaşılamayan durumlarda, sistemin fiziksel davranışını makul bir yaklaşımla temsil edebilmek için parametrik modelleme uygulanmıştır. Bu sayede sistemin dinamik yanıtı teorik olarak analiz edilebilmiş ve farklı çözüm yöntemleriyle (örneğin Runge-Kutta) karşılaştırılabilir hale getirilmiştir.

Laplace dönüşümü, özellikle başlangıç koşullarını doğrudan dikkate alabilmesi ve doğrusal sistemlerde yaygın olarak kullanılabilmesi nedeniyle güçlü bir analiz aracıdır. Bu yöntemde, h(t) fonksiyonu Laplace uzayında H(s) olarak ifade edilir ve diferansiyel denklem cebirsel bir denkleme dönüştürülerek çözüm süreci kolaylaştırılır. Elde edilen sonuç, ters Laplace dönüşümü ile zaman domenine geri taşınır. Bu yaklaşım, özellikle sabit ya da üstel biçimindeki zorlayıcı terimlerin bulunduğu sistemlerde oldukça etkilidir.

Bu çalışmada sadeleştirilmiş sürtünme modeli ile sistemin hareket denklemi şu şekilde ifade edilmiştir:

$$m\frac{dv}{dt} = \frac{K}{r\,R_a}V - (bv + c) - mg - \frac{k^2}{r^2R_a}v$$

Bu denklem üzerine Laplace dönüşümü uygulanarak çözüm elde edilmiş ve sistemin zamana bağlı hız ve konum yanıtı elde edilmiştir. Bu çözüm, sistemin genel davranışı hakkında temel bir öngörü sunmakta olup; sürtünmenin doğrusal varsayılması nedeniyle elde edilen sonuçların yaklaşık niteliğe sahip olduğu unutulmamalıdır.

Bu denklem sadeleştirildiğinde:

$$m\frac{dv}{d\,t} + (b + \frac{k^2}{r^{2}R_a})v = \frac{K}{r\,R_a}V - c - mg \tag{44}$$

Bu ifade, birinci dereceden doğrusal diferansiyel denklem formundadır. Şimdi denklemin her iki tarafına Laplace dönüşümü uygulanmaktadır. Başlangıç koşulu v(0)= 0 olarak kabul edilmiştir:

$$m.\,sV(s) + \left(b + \frac{k^2}{r^{2}R_a}\right)V(s) = \frac{K}{r\,R_a}.\frac{V}{s} - \frac{c + mg}{s} \tag{45}$$

Bu durumda, hızın Laplace uzayındaki ifadesi şu şekilde elde edilir:

$$V(s) = \frac{\left(\frac{K}{r\,R_a}.V - c - mg\right)\frac{1}{s}}{ms + \left(b + \frac{k^2}{r^{2}R_a}\right)} \tag{46}$$

Bu ifade şu şekilde sadeleştirilebilir:

$$B = b + \frac{k^2}{r^{2}R_a} \tag{47}$$

$$A = \frac{K}{r\,R_a}.V - c - mg \tag{48}$$

$$V(s) = \frac{A}{s(ms + B)} \tag{49}$$

Bu ifadenin ters Laplace dönüşümü alınarak zaman domenine geçilir:

$$v(t) = \frac{A}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{m}t}\right) \tag{50}$$

Elde edilen bu çözüm, sistemin hızının zamana bağlı ifadesidir. Bu ifadenin zamana göre integrali alınarak konum h(t) fonksiyonu elde edilebilir:

$$h(t) = \int v(t)dt = \frac{A}{B}\left(t + \frac{m}{B}\left(e^{-\frac{B}{m}t} - 1\right)\right) \tag{51}$$

Bu şekilde, doğrusal varsayımla elde edilen model üzerinden hem hız hem de konum fonksiyonlarının analitik çözümleri elde edilmiştir. Bu analitik sonuçların Python ile

sayısal doğrulaması ve ilgili grafikler, izleyen bölümde (Bölüm 4) ayrıntılı olarak sunulacaktır.

3.4. Dördüncü Dereceden Runge-Kutta (RK4) Yöntemi ile Sayısal Analiz

Bu bölümde, kütlenin zamana bağlı hareketini doğru bir şekilde simüle edebilmek amacıyla dördüncü dereceden Runge-Kutta (RK4) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde Δt zaman adımı olarak görev yapar;Yani ardışık örnekler arasındaki zaman aralığı, sistemin dinamik davranışını belirleyen temel parametredir. Her adımda hesaplanan s_1, s_2, s_3 ve $s_4$katsayıları, konum veya hızdaki değişim oranlarını temsil eder. Bu eğim değerleri uygun ağırlıklarla birleştirilerek, cismin bir sonraki zamandaki durumu tahmin edilir ve böylece hareket doğru bir şekilde simüle edilir.

Analiz sürecine başlarken, verilen ikinci dereceden diferansiyel denklem sistemi iki birinci dereceden denkleme dönüştürülmektedir.

$$h_1 = x\,, \qquad \frac{dh_1}{dt} = \frac{dx}{dt} = v = y \tag{52}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}\left(\frac{K}{r\,.\,R_a}V - (av^2 + bv + c) - mg - \frac{K^2}{r^2.\,R_a}v\right) \tag{53}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{m}\left(\frac{K}{r\,.\,R_a}V - (ay^2 + by + c) - mg - \frac{K^2}{r^2.\,R_a}y\right) \tag{54}$$

Sayısal çözümün daha gerçekçi olabilmesi amacıyla, sürtünme kuvveti modellemeye tam haliyle, yani hızın ikinci dereceden polinomu olarak $(a\cdot v^2 + b\cdot v + c)$ biçiminde dahil edilmiştir. Bu sayede sistemin fiziksel davranışı daha doğru yansıtılmakta ve analiz sonuçlarının güvenilirliği artırılmaktadır.

3.4.1. RK4 adımları:

Ardından, bu sistemi çözmek için dördüncü mertebe Runge-Kutta (RK4) yöntemini kullanıyoruz. Algoritma şu adımları içerir:

1. adım:

$$s_{1,1} = \Delta t.\,y \tag{55}$$

$$s_{1,2} = \frac{1}{m}\left(\frac{K}{r\,.\,R_a}V - (ay^2 + by + c) - mg - \frac{K^2}{r^2.\,R_a}y\right)\Delta t \tag{56}$$

2. adım (s_2'nin Hesaplanması)

$$s_{2,1} = \Delta t.\left(y + \frac{s_{1,2}}{2}\right) \tag{57}$$

$$s_{2,2} = \frac{1}{m}\left(\frac{K}{r\,.\,R_a}V - \left(a\left(y + \frac{s_{1,2}}{2}\right)^2 + b\left(y + \frac{s_{1,2}}{2}\right) + c\right) - mg - \frac{K^2}{r^2.\,R_a}\left(y + \frac{s_{1,2}}{2}\right)\right)\Delta t \tag{58}$$

3. adım (s_3'ün Hesaplanması):

$$s_{3,1} = \Delta t\left(y + \frac{s_{2,2}}{2}\right) \tag{59}$$

$$s_{3,2} = \frac{1}{m}\left(\frac{K}{r\,.\,R_a}V - \left(a\left(y + \frac{s_{2,2}}{2}\right)^2 + b\left(y + \frac{s_{2,2}}{2}\right) + c\right) - mg - \frac{K^2}{r^2.\,R_a}\left(y + \frac{s_{2,2}}{2}\right)\right)\Delta t \tag{60}$$

4.adım (s_4'ün Hesaplanması):

$$s_{4,1} = \Delta t(y + s_{3,2}) \tag{61}$$

$$s_{4,2} = \frac{1}{m}\left(\frac{K}{r.\,R_a}V - \left(a(y + s_{3,2})^2 + b(y + s_{3,2}) + c\right) - mg - \frac{K^2}{r^2.\,R_a}(y + s_{3,2})\right)\Delta t \tag{62}$$

Güncelleme denklemleri:

$$X = x + \frac{1}{6}(s_{1,1} + 2s_{2,1} + 2s_{3,1} + s_{4,1}) \tag{63}$$

$$h^{yeni} = h + \frac{1}{6}(s_{1,1} + 2s_{2,1} + 2s_{3,1} + s_{4,1}) \tag{64}$$

$$Y = y + \frac{1}{6}(s_{1,2} + 2s_{2,2} + 2s_{3,2} + s_{4,2}) \tag{65}$$

$$v^{yeni} = v + \frac{1}{6}(s_{1,2} + 2s_{2,2} + 2s_{3,2} + s_{4,2}) \tag{66}$$

Bu algoritma, herΔt zaman adımında tekrarlanarak cismin hareket yolunu elde etmemizi sağlar. Böylece dinamik hareketin hassas bir şekilde simülasyonu gerçekleştirilir.

Bu yöntemin Python ile uygulanışı, deney parametreleri ve elde edilen grafikler Bölüm 4'te ayrıntılı olarak verilecektir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

DENEYSEL ANALİZ VE SİSTEM SİMÜLASYONU

4.1. Giriş

Bu bölümde, sistemin davranışının sayısal olarak analiz edilebilmesi amacıyla yapılan deneysel ve benzetimsel çalışmalar sunulmaktadır.

İlk olarak, motorun elektriksel parametrelerini belirleyebilmek için, boşta çalışma (yüksüz) koşullarında bir ön deney gerçekleştirilmiş ve bu sayede motorun iç direnci (Ra) ile motor sabiti (K) değerleri elde edilmiştir. Bu parametreler, sistemin matematiksel modellerine uygulanarak sayısal analizlerin doğruluğu değerlendirilmiştir.

Ayrıca, üçüncü bölümde analitik olarak elde edilen matematiksel modellerin (özellikle Laplace ve Runge-Kutta çözümleri) doğruluğunu değerlendirmek amacıyla, bu modeller Python programlama dili kullanılarak sayısal olarak simüle edilmiş ve elde edilen hız ve konum verileri grafiksel olarak analiz edilmiştir.

Bu kapsamda, iki temel yazılım aracı kullanılmıştır: Simulink ve Python.

Simulink, MATLAB yazılımının, dinamik sistemleri modellemeye yönelik grafiksel bir arayüz sağlayan güçlü bir modülüdür. Elektriksel devrelerin ve mekanik sistemlerin benzetiminde sağladığı doğruluk ve kapsamlı blok kütüphanesi sayesinde tercih edilmiştir.

Python ise, analitik ve sayısal hesaplamalarda kullanılan güçlü kütüphaneleri (NumPy, SciPy) ve görselleştirme araçları (Matplotlib) sayesinde, diferansiyel denklemlerin çözümü ve sonuçların grafiksel analizi için uygun bir ortam sunmuştur. Python'un açık kaynak yapısı sayesinde, sayısal analizler kolaylıkla gerçekleştirilmiştir.

4.2. Deneysel Yöntemle Motor Parametrelerinin Belirlenmesi

Bu deneyde, DC motor herhangi bir mekanik yük uygulanmadan, bir matkap yardımıyla döndürülmüştür. Motor uçlarında oluşan gerilim, dijital bir multimetre ile; motorun dönme hızı (RPM) ise optik takometre ile ölçülmüştür. Bu ölçümler, motorun

açısal hızı ile ürettiği gerilim arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Deney düzeneği ve bağlantılar Şekil 8'de gösterilmektedir.



Şekil 8. Deney düzeneği: Gerilim ve hız ölçüm bağlantıları

Simulink ortamında motorun doğru şekilde modellenebilmesi için, tork sabiti (k_t) ve iç direnç (R_a) gibi temel parametrelerin belirlenmesi gerekmektedir. Bu bölümde, yüksüz testlerinden elde edilen deneysel veriler kullanılarak, söz konusu parametreler hesaplanmıştır.

No-load testinde, motora üç farklı gerilim uygulanmış ve her bir gerilim seviyesi için motorun dönme hızı (RPM), lazerli takometre yardımıyla ölçülmüştür. Daha sonra, açısal hız (ω), aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanmıştır:

$$\omega = \frac{2\pi . RPM}{60} \tag{67}$$

Elde edilen veriler Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8.Yüksüz Deney Koşullarında Ölçülen RPM, Açısal Hız (ω) ve Gerilim (V) Değerleri

Test Numarası	RPM	Açısal Hız ω)	Gelirim (v)	Motor Sabiti (k_t)
1	380	39.77333	2.37	0.059587
2	503	52.64733	3.12	0.059262
3	788	82.47733	4.88	0.059167

4.2.1. Parametre Çıkarımı için Kullanılan Modeller ve Hesaplama Yöntemleri

DC motorun modellenmesi sürecinde, uygulanan gerilim ile motorun açısal hızı arasındaki ilişkinin doğru bir şekilde temsil edilmesi büyük önem taşımaktadır. Boş yük deneylerinden elde edilen deneysel verilere dayanarak, gerilim ile açısal hız arasında yaklaşık olarak lineer bir ilişki olduğu gözlemlenmiştir (Rashid, 2017). Bu nedenle, hem basit hem de yeterli doğrulukta iki farklı lineer model kullanılarak motorun temel parametreleri çıkarılmıştır.

Birinci model, gerilim ile açısal hız oranının ortalamasına dayanmakta olup, bu oranın (K sabiti) motor için yaklaşık sabit olduğunu ve gerilimin açısal hıza orantılı olarak değiştiğini varsayar. Bu model, en basit lineer model olup, tork sabiti (k_t) gibi temel parametrelerin hızlı ve ilk tahminini sağlar (Montgomery, Peck ve Vining, 2012).

Öte yandan, ikinci model doğrusal regresyon yöntemi ile uygulanmıştır. Bu modelde gerilim ve açısal hız arasındaki ilişki $V=m\omega+b$ formülü ile ifade edilir. Burada, m doğrunun eğimi, b ise y-kesişimidir. Bu model, başlangıç sabitine ek olarak, gerilim kayıpları veya küçük doğrusal olmayan etkileri de hesaba katarak gerçek verilere daha uygun bir uyum sağlar (Draper ve Smith, 1998).

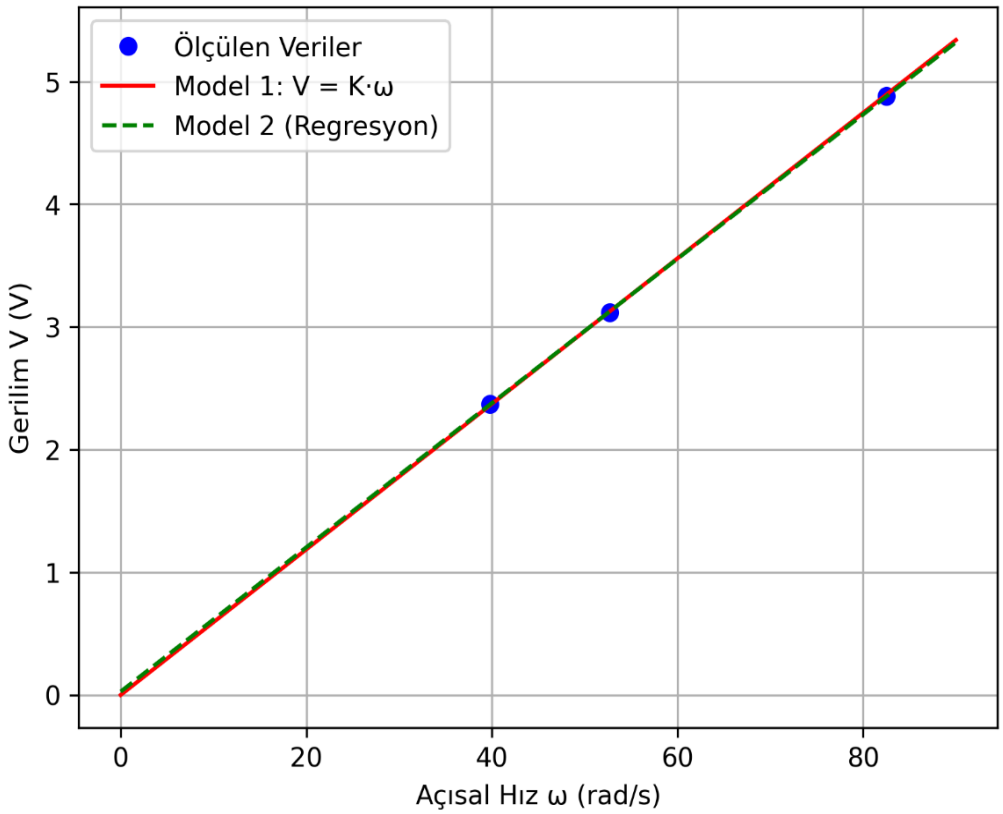
Bu iki modelin seçimi, hem basitliği hem de DC motorun fiziksel yapısı ve deneysel verilere uygunluğu nedeniyle tercih edilmiştir. Ayrıca, modellerin performans karşılaştırmasıyla, sonraki uygulamalar için en uygun model belirlenebilecektir (Ogata, 2010; Rashid, 2017).

Bu işlem için kullanılan Python kodu aşağıda sunulmuştur. Tam kod, **Ek A'**da verilmiştir.

```
# Ölçülen verilerden açısal hız ve gerçek K hesaplandı
w_measured = 2 * np.pi * rpm / 60
k_real = v_measured / w_measured
k_ort = np.mean(k_real)
# Model 1: Ortalama K ile hesaplama
v_model1 = k_ort * w_measured
# Model 2: Lineer regresyon ile hesaplama
coeffs = np.polyfit(w_measured, v_measured, 1)
```

```
v_model2 = np.polyval(coeffs, w_measured)
```

Grafik 1'de, ölçülen gerilim verileri ile Model 1 ve Model 2 tarafından tahmin edilen değerler karşılaştırmalı olarak gösterilmektedir. Bu grafik sayesinde, her iki modelin doğruluğu ve aralarındaki eğilim farkları görsel olarak değerlendirilebilmektedir.



Grafik 1. Model 1, Model 2 ve deneysel verilerle elde edilen K sabiti eğrilerinin karşılaştırılması.

Motorun iç direnci (R_a), yüksüz koşullarında multimetre ile ölçülmüş ve yaklaşık 5.8 ohm olarak belirlenmiştir.

Bu bölümde çıkarılan parametreler —tork sabiti (k_t) ve iç direnç (R_a)— bir sonraki bölümde motorun Matlab/Simulink ve Python ortamındaki modellenmesinde kullanılacaktır. Bu parametreler, motorun performansının doğru bir şekilde simüle edilebilmesi açısından kritik öneme sahiptir.

Aşağıda sunulan Tablo 9'da, gerçekleştirilen deneysel ölçümler ile Model 1 ve Model 2 sonuçları karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Her bir devir değeri için açısal hız, gerilim, motor sabiti K ve hesaplanan yüzde hatalar detaylandırılmıştır. Bu tablo,

motor sabitinin belirlenmesinde kullanılan üç farklı yöntemin doğruluğunu ve birbirleriyle uyumluluğunu sayısal olarak değerlendirme olanağı sunmaktadır.

Tablo 9. Üç farklı yöntemle elde edilen motor sabiti K ve ilgili hata analizleri

Devir (RPM)	Veri Türü	Açısal Hız (ω)	Gerilim (v)	Hata (e)	Motor Sabiti (k)
	Gerçek Deney	39.77333	2.37		0.059587
380	Model 1	39.7935	2.3601	0.42	0.0593
	Model 2	39.7935	2.3670	0.12	0.0588
	Gerçek Deney	52.64733	3.12		0.0592
503	Model 1	52.674	3.1241	0.13	0.0593
	Model 2	52.6740	3.1242	0.14	0.0588
	Gerçek Deney	82.47733	4.88		0.0591
788	Model 1	82.5192	4.8941	0.29	0.0593
	Model 2	82.5192	4.8787	0.03	0.0588

Yapılan analizler sonucunda, her iki model de motor sabitini belirlemede benzer sonuçlar vermektedir. Ancak, Model 2'nin doğrusal regresyon yaklaşımı, sistemdeki küçük sapmaları ve lineer olmayanlıkları daha iyi temsil etmesi açısından daha güvenilir bir tahmin sunmaktadır. Ortalama hata yüzdesi bakımından Model 2, Model 1'e göre daha düşük sapma göstermiştir. Bu nedenle, sonraki simülasyon çalışmalarında Model 2'ye dayalı parametrelerin kullanılması önerilmektedir.

4.3. Sürtünme Kuvvetinin Modellenmesi

Bu çalışmada, sistemin mekanik modeli oluşturulurken cisme etki eden kuvvetler arasında sürtünme kuvveti de dikkate alınmıştır. Ancak deneysel bir çalışma yapılmadığı için, sürtünmeye ait parametreler doğrudan ölçülememiştir. Bu nedenle, literatürde yer alan benzer sistemlerde kullanılan değerlere ve fiziksel olarak makul varsayımlara dayanarak iki farklı sürtünme modeli tanımlanmıştır:

4.3.1. Doğrusal model

Doğrusal sürtünme modeli, sistemdeki viskoz direnç ve sabit (Coulomb) sürtünme bileşenlerini içermektedir ve şu şekilde tanımlanmıştır:

$$F = b \cdot v + c \tag{68}$$

4.3.2. Doğrusal olmayan model

Daha gelişmiş modellemede, yüksek hızlarda etkili olan aerodinamik direnç de dikkate alınarak doğrusal olmayan bir sürtünme modeli tanımlanmıştır:.

$$F = a \cdot v^2 + b \cdot v + c \tag{69}$$

Bu model, özellikle yükün yükselme sırasında artan hava direncini temsil etmekte ve sistemin davranışını daha doğru şekilde modellemeye olanak sağlamaktadır.

Sürtünme modellerinde kullanılan $a, b, ve\ c$ katsayıları, bu çalışmada deneysel olarak ölçülememiştir. Bu nedenle, benzer çalışmalardan elde edilen bilgiler ve sistemin fiziksel boyutları dikkate alınarak, teorik olarak makul ve kabul edilebilir değerler varsayılmıştır. Seçilen bu değerler, tamamen sistemin küçük ölçekli yapısına uygun olacak şekilde, sistemin tepkilerini görmek ve simülasyonları karşılaştırmak amacıyla belirlenmiştir. Bu nedenle söz konusu katsayılar, sadece temsilî amaçla kullanılmış olup gerçek bir sistem için daha detaylı kalibrasyon gerektirmektedir.

Kullanılan katsayılar aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 10. Kullanılan sürtünme katsayıları

katsayı	Değer	Birim
a: $Aerodinamik\ sürtünme\ katsayıs$	0.3	$N \cdot s^2/m^2$
b: $Viskoz\ sürtünme\ katsayısı$	1	$N \cdot s/m$
c: $Coulomb\ (sabit)\ sürtünme$	0.2	N

Bu katsayılarla oluşturulan iki farklı sürtünme modeli, hem analitik hem de sayısal çözüm yöntemlerinde (Laplace ve Runge-Kutta) kullanılarak sistemin davranışı analiz edilmişti.

4.4. Python ve Matlab/Simulink Ortamında Sisteminin Mekanik ve Elektriksel Modellemesi

Yerçekimi bataryası sisteminin mekanik modeli, Matlab/simulink ortamında oluşturulmuştur. Fiziksel bileşenlerin (örneğin motor veya makara) doğrudan modellenmesi yerine, sistemin dinamik davranışı temel matematiksel bloklarla temsil edilmiştir. Bu amaçla, integratör (Integrator) gibi simulink blokları kullanılarak sistemin hareket denklemleri simülasyon ortamına aktarılmıştır.

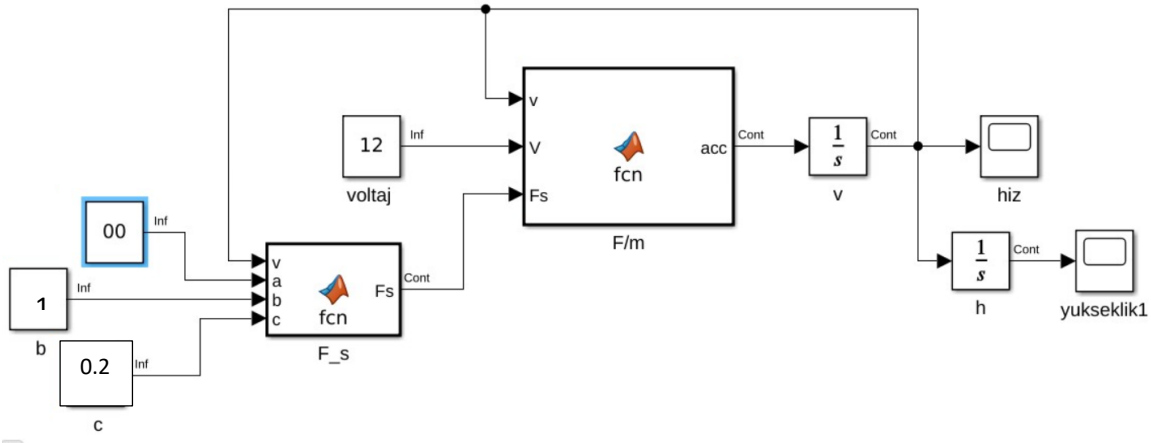
Sistemde cismin hareketini sağlamak için gerekli kuvvet, doğru akım motorunun tork denklemi üzerinden hesaplanmış ve bu kuvvet modele doğrudan entegre edilmiştir. Yerçekimi bataryası sisteminin mekanik modellemesinde, Bölüm 3'te sunulan hareket denklemi (Denklem 3.10) esas alınmıştır.

Bu modelleme sürecinde, sistemin davranışlarını daha gerçekçi analiz edebilmek amacıyla iki farklı senaryo üzerinde çalışılmıştır:

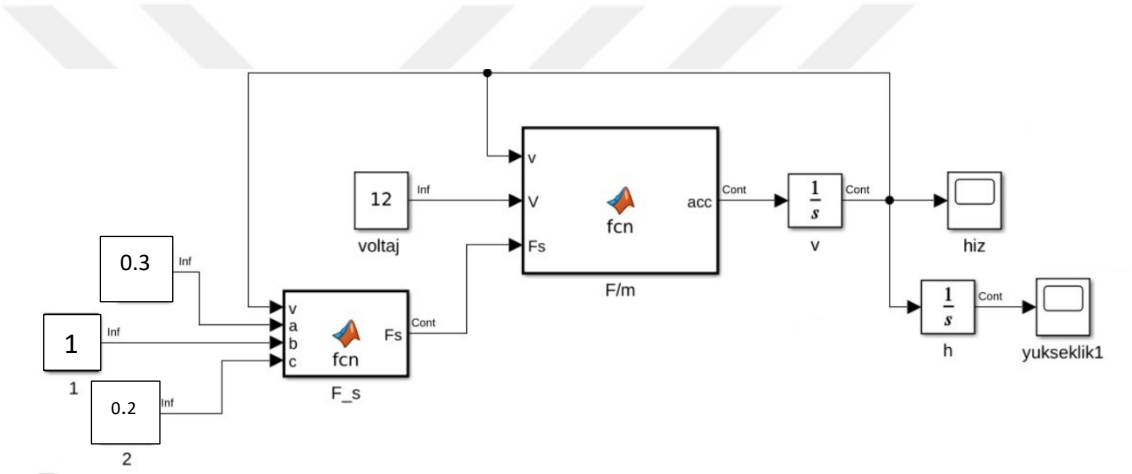
• İlk senaryoda, sistemdeki sürtünme kuvveti doğrusal olarak kabul edilmiştir. Bu model sadeleştirilmiş yapısıyla temel dinamikleri ortaya koymayı amaçlamaktadır.

• İkinci senaryoda ise sürtünme kuvveti, hızın bir fonksiyonu olarak modellenmiş ve sistemin doğrusal olmayan dinamikleri dikkate alınmıştır.

Aşağıdaki şekillerde, bu iki farklı modelin Simulink ortamında oluşturulmuş blok diyagramları sunulmaktadır.



Şekil 9. Yerçekimi Bataryası Sisteminin Matlab/Simulink Ortamında Doğrusal Model Blok Diyagramı (Model a)



Şekil 10. Yerçekimi Bataryası Sisteminin Matlab/Simulink Ortamında Doğrusal Olmayan Model Blok Diyagramı (Model b)

Giriş gerilimi, şekilde görüldüğü üzere, öncelikle bir elektriksel yol üzerinden geçerek etkin itici kuvvete dönüştürülmektedir. Diğer yandan, sistemde hareketli parçalar ile mekanik yapı arasındaki sürtünmeden kaynaklanan direnç kuvveti de dikkate alınmıştır.

Net kuvvet, elektromanyetik kuvvet ile sürtünme kuvvetinin farkı olup, cismin kütlesine bölünerek doğrusal ivme elde edilir. Cismin hız ve konumunun zamana bağlı olarak belirlenebilmesi amacıyla ardışık iki integral bloğu kullanılmıştır; bu bloklar sırasıyla doğrusal hız ve konumu (yüksekliği) simüle etmektedir.

Modelin temel çıkışları, cismin hızı ve yüksekliği olup, sistem performansının analizinde kullanılmaktadır. Ayrıca, model üzerinden kütle, giriş gerilimi ve sürtünme katsayısı gibi parametrelerin sistem davranışına etkisi de incelenebilmektedir.

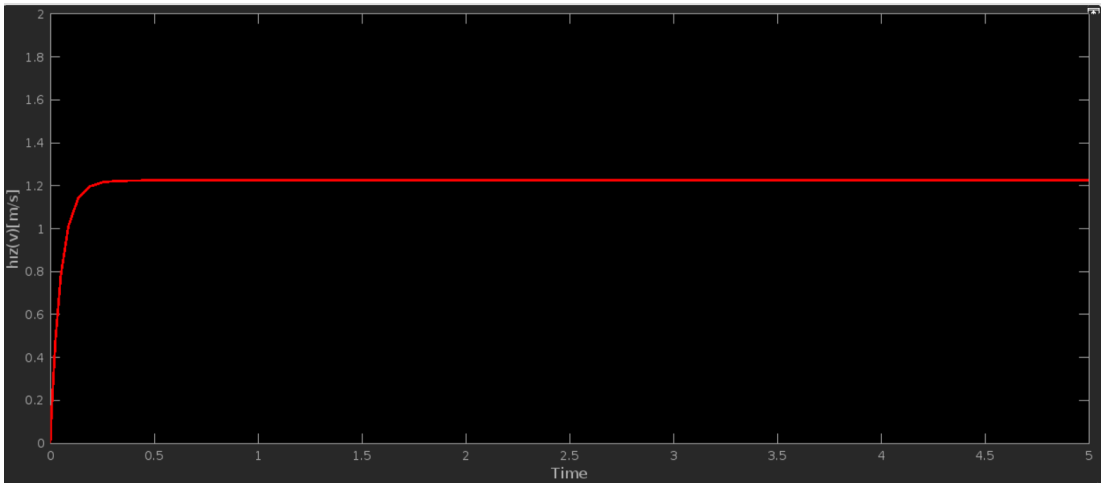
Aşağıdaki tabloda, simülasyonda kullanılan sayısal parametreler özetlenmiştir:

Tablo 11. Modelleme için temel system paramertreleri

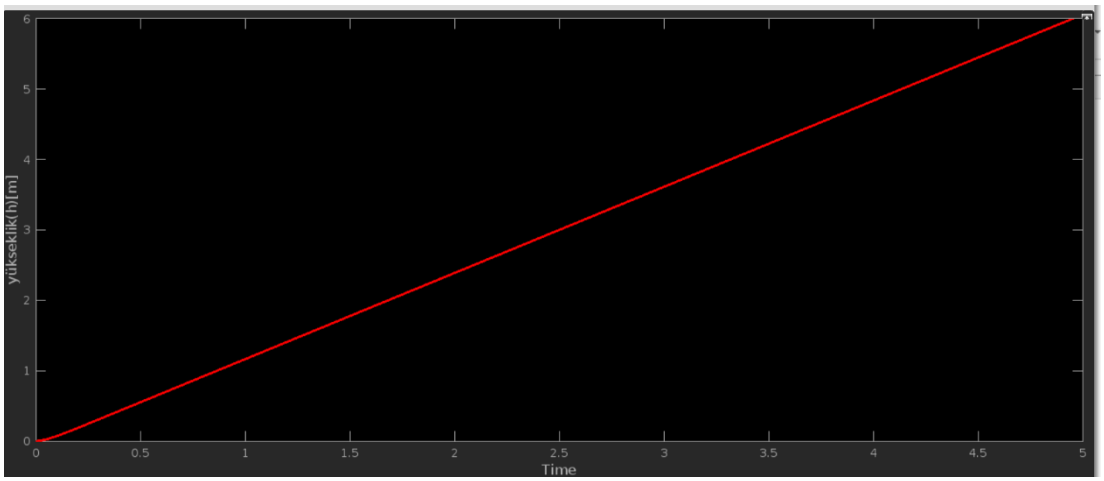
Parametre	Değer	Açıklama
V	$12V$	Motora uygulanan gerilim
m	$0.35kg$	Sisteme bağlı kütle
g	$9.81\frac{m}{s^2}$	Standart yerçekimi ivmesi
R	$5.8\ \Omega$	Motorun eşdeğer iç direnci
k_t	$0.059\frac{Nm}{A}$	Motor tork sabiti

Bu çalışmada kullanılan DC motor, sabit mıknatıslı tiptedir. Bu tür motorlarda SI birimleri kullanıldığında motorun tork sabiti k_t ile gerilim sabiti k_e sayısal olarak eşittir.

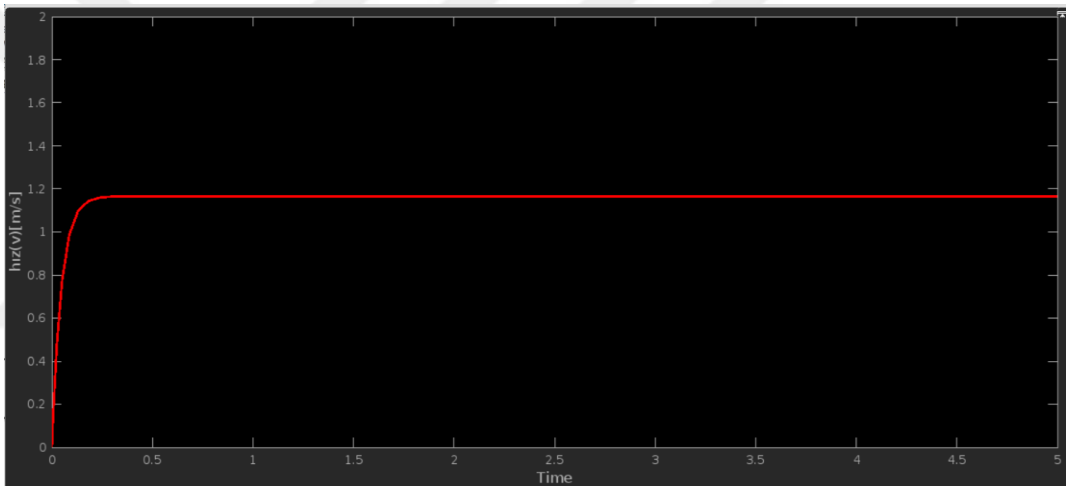
Her iki modelin (doğrusal ve doğrusal olmayan) simülasyonları sonucunda, sistemin zamana bağlı hız ve konum değişimleri elde edilmiştir. Aşağıda, bu modellere ait simülasyon grafiklerine yer verilmiş; farklı sürtünme senaryolarının sistem dinamiği üzerindeki etkileri analiz edilmiştir.



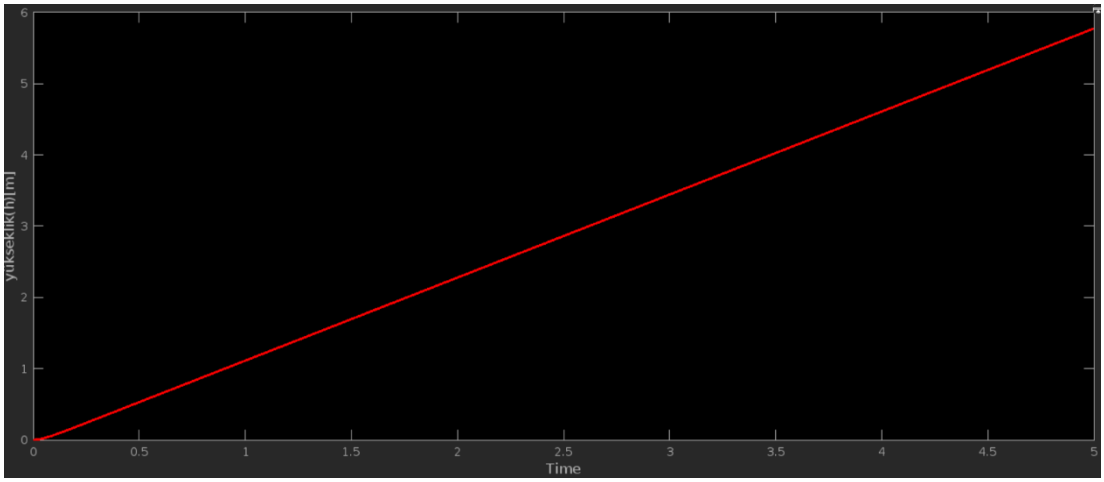
Grafik 2. . Doğrusal Model (ModelA) İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği



Grafik 3. Doğrusal Model (Model A) İçin Zamanla Değişen Koum Grafiği



Grafik 4. Doğrusal olmayan Model (Model B) İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği



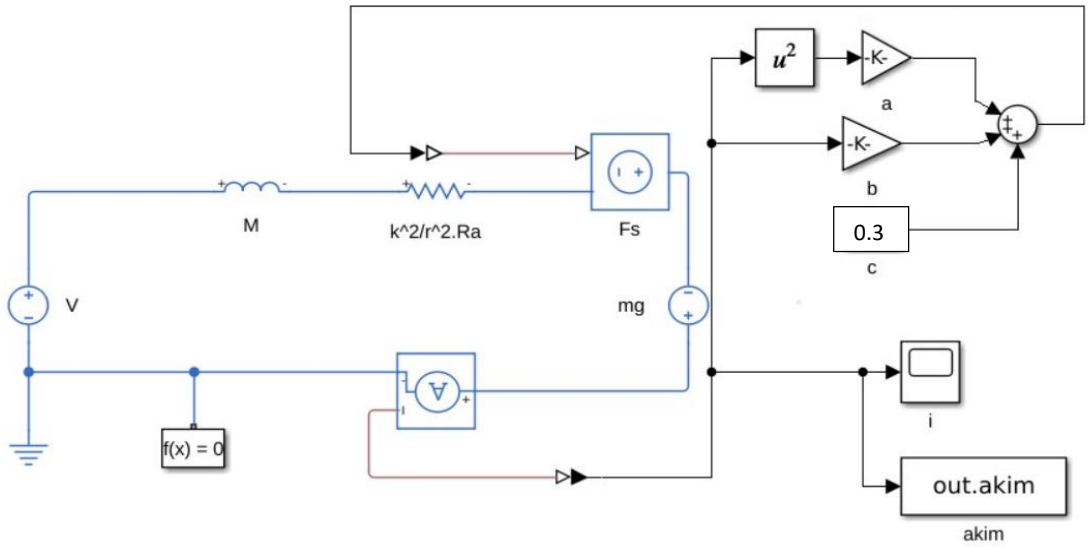
Grafik 5. Doğrusal olmayan Model (Model B)İçin Zamanla Değişen Konum Grafiği

Yukarıdaki grafiklerden de görülebileceği üzere, her iki model sistemi genel hatlarıyla temsil etmektedir. Ancak, doğrusal olmayan model (Model B), özellikle hız ve yükseklik değişimlerini daha gerçekçi biçimde yansıtmaktadır. Bu modelde, sistemin yüksekliğe bağlı dinamik tepkileri, sürtünme kuvvetleri ve moment etkileri daha belirgin bir şekilde ortaya çıkmıştır.

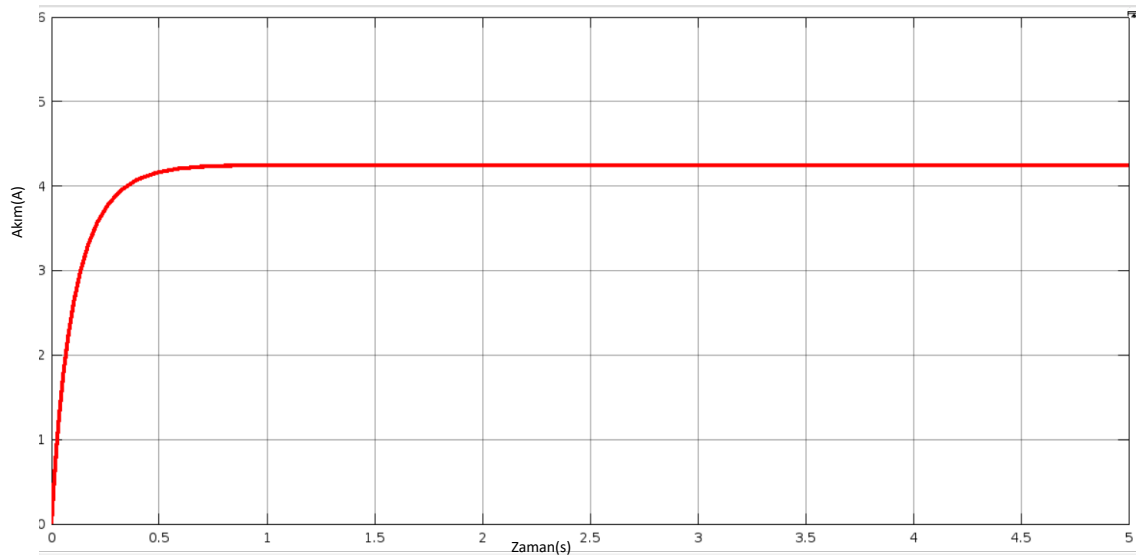
Doğrusal model (Model A), sistemin başlangıçtaki davranışını öngörme açısından yeterli bir yaklaşım sunmakla birlikte, özellikle uzun süreli simülasyonlarda belirli sapmalar gözlemlenmiştir. Bu sapmalar, sistemdeki doğrusal olmayan fiziksel etkilerin (örneğin değişken kuvvet uygulamaları veya yük değişimleri gibi) modelin dışında kalmasından kaynaklanmaktadır.

Dolayısıyla, simülasyon doğruluğu açısından — özellikle kontrol algoritmalarının geliştirilmesi veya sistem performansının tahmin edilmesi gibi durumlarda — doğrusal olmayan modelin kullanılması tavsiye edilmektedir.

Bir önceki bölümde, mekanik sistemin elektriksel eşdeğerlemesi ayrıntılı olarak sunulmuştur. Bu bölümde ise aynı RL eşdeğer model, Simulink ortamında simüle edilmiştir. Bu simülasyonun amacı, akımın zamana bağlı davranışını incelemek ve bu davranışı, mekanik modelde gözlemlenen hız değişimiyle karşılaştırmaktır. Dinamik yapıların benzerliği nedeniyle, her iki sistemin de geçici bir rejim (transiyent bölge) ile başlayıp zamanla kararlı duruma (steady-state) ulaşan üstel bir tepki göstermesi beklenmektedir.



Şekil 11. Simulink Ortamında Elektriksel Eşdeğer Devre modeli



Grafik 6. RL Devresinde Akımın Zamanla Değişimi

Akım grafiği incelendiğinde, sistemin başlangıçta geçici bir rejim sergilediği ve ardından yaklaşık 4.25 A düzeyinde kararlı duruma geçtiği görülmektedir. Bu geçici-kararlı davranış, mekanik modeldeki hız yanıtıyla yüksek oranda örtüşmektedir.

4.5. Python Ortamında Uygulama

4.5.1. Python ile Laplace Çözümünden Elde Edilen Zaman Tanımlı Denklemler

Bu bölümde, sistemin transfer fonksiyonu Laplace dönüşümü yardımıyla elde edilmiştir. Bu yöntem, sistemin frekans bölgesindeki davranışını analiz etmek ve zaman bölgesindeki tepkilerini öngörmek amacıyla kullanılmaktadır.

Bölüm 3'te tanımlanan hareket denkleminin Laplace dönüşümü alınarak aşağıdaki transfer fonksiyonu elde edilmiştir:

$$V(s) = \frac{A}{s(ms + B)} \tag{70}$$

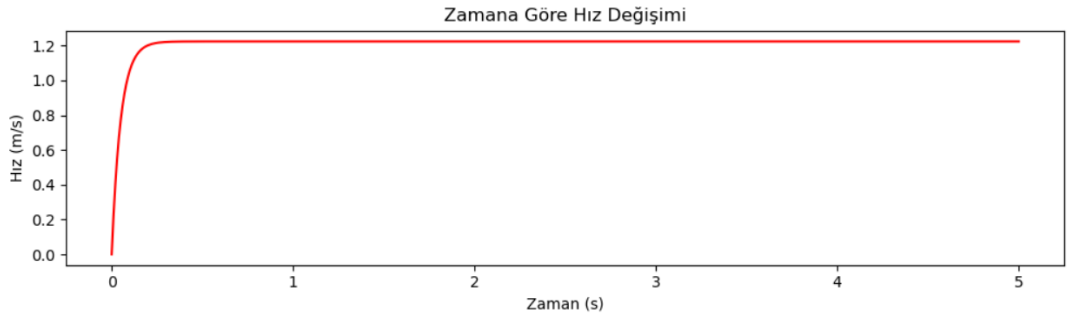
```
# Laplace çözümüne göre elde edilen hız denklemi

v = (A / B) * (1 - np.exp(-B * t / m))

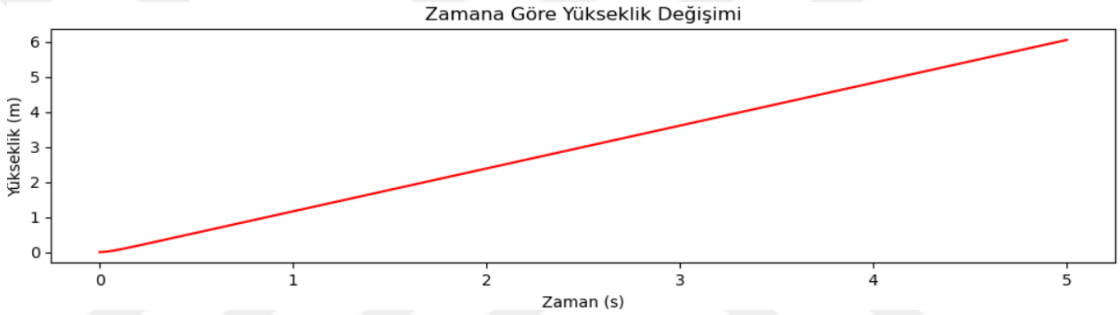
# Laplace çözümüne göre elde edilen konum denklemi
```

```
h = (A / B) * (t + (m / B) * (np.exp(-B * t / m) - 1))
```

Not: Python kodunun tamamı Ek B'de verilmiştir.



Grafik 7. Laplace çözümüne göre elde edilen zaman-hız grafiği



Grafik 8. Laplace çözümüne göre elde edilen zaman- yükseklik grafiği

Yukarıdaki grafiklerde, sistemin Laplace çözümünden elde edilen hız ve konum denklemleri, zamana bağlı olarak gösterilmektedir. Bu çözüm, sistemin teorik davranışını analitik olarak modellemekte ve özellikle kısa süreli dinamik değişimlerin anlaşılmasında oldukça etkili olmaktadır. Grafikler, sistemin başlangıçtaki ivmelenme süreci ile dengeye ulaşma zamanı hakkında önemli ipuçları sunmaktadır.

4.5.2. Python Ortamında Runge-Kutta (RK4) Yöntemi ile Sayısal Simülasyon

Sistemin diferansiyel denklemini çözmek amacıyla dördüncü dereceden Runge-Kutta (RK4) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde, her bir zaman adımında hız ve konum değerleri, ortalama katsayılar yardımıyla sayısal olarak hesaplanmaktadır (Butcher, 2016). Aşağıda verilen Python kodu, söz konusu denklemin sayısal

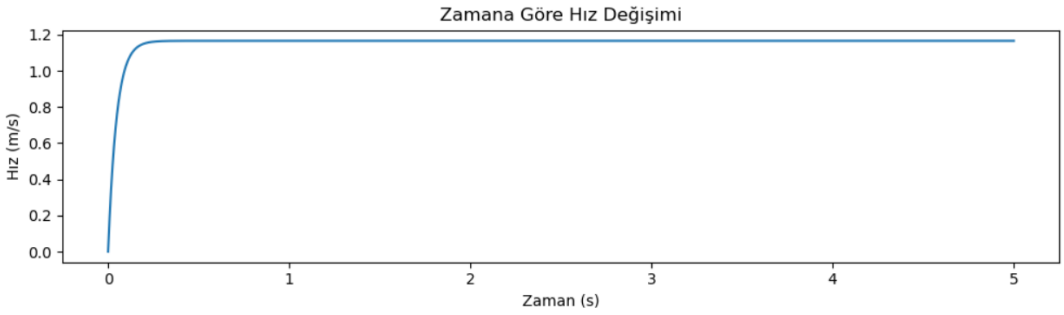
çözümünü gerçekleştirmekte ve sistemin hız ile konumunun zamana bağlı değişimini grafiksel olarak sunmaktadır.

Bu modellemede, sürtünme kuvveti doğrudan ölçülemediğinden, sürtünme etkisi hıza bağlı ikinci dereceden bir polinom şeklinde ($a \cdot v^2 + b \cdot v + c$) tanımlanmıştır. Literatürde, benzer mekanik sistemlerde doğrusal ve doğrusal olmayan sürtünme modelleri sıklıkla kullanılmaktadır (Zhao, Liu, ve Wang, 2019; Yılmaz, 2021). Ancak bu varsayım, sistemin gerçek fiziksel davranışını yalnızca basitleştirilmiş bir yaklaşımla temsil etmektedir. Dolayısıyla, elde edilen sayısal sonuçlar bu varsayım doğrultusunda geçerlilik taşımaktadır.

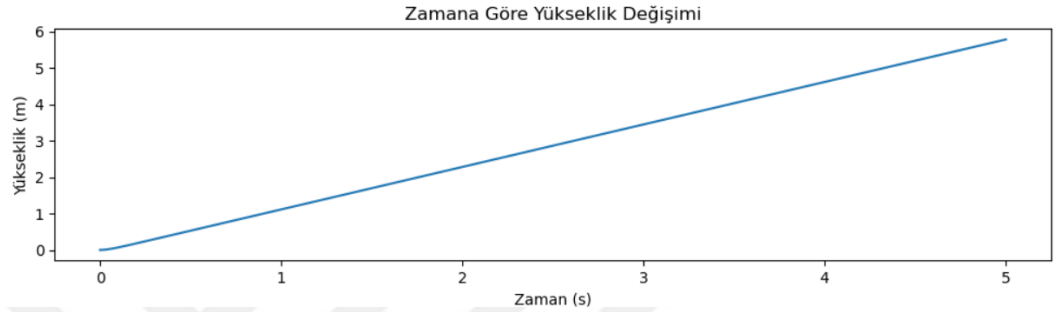
Modelin doğruluğunu artırmak ve sistemin gerçek dinamik özelliklerini daha hassas biçimde yansıtabilmek için, gelecekte yapılacak deneysel çalışmalarla model parametrelerinin kalibre edilmesi önerilmektedir (Zhang ve Chen, 2020).

```
def f(t, y):
    h, v = y
    dv = ((k/(r*Ra))*V - (a*v**2 + b*v + c) - m*g -
(k**2/(r**2*Ra))*v) / m
    return [v, dv]
for i in range(1, len(t)):
    s1 = f(t[i-1], y[i-1])
    s2 = f(t[i-1]+dt/2, y[i-1]+dt/2*np.array(s1))
    s3 = f(t[i-1]+dt/2, y[i-1]+dt/2*np.array(s2))
    s4 = f(t[i-1]+dt, y[i-1]+dt*np.array(s3))
    y[i] = y[i-1] + dt/6 * (np.array(s1) + 2*np.array(s2) +
2*np.array(s3) + np.array(s4))
```

Not: Python kodunun tamamı Ek C'de verilmiştir.



Grafik 9.RK4 çözümüne göre elde edilen zaman-hız grafiği



Grafik 10. RK4 çözümüne göre elde edilen zaman- yükseklik grafiği

3.5. Yorum ve Karşılaştırma

Analitik çözüm, sistemin temel davranışını anlamada faydalı olmakla birlikte, sürtünmenin doğrusal olarak kabul edilmesi nedeniyle doğruluk açısından bazı sınırlamalara sahiptir. Buna karşılık, sayısal çözüm yöntemi olan Runge-Kutta dördüncü dereceden (RK4) yöntemi, sürtünmenin tam modeli dikkate alındığı için sistemin gerçek davranışını daha hassas biçimde yansıtmaktadır. Bu nedenle, her iki yaklaşım birlikte değerlendirilerek sistemin hem genel tepkisi hem de ayrıntılı dinamikleri kapsamlı şekilde analiz edilebilmektedir.

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde, önceki bölümlerde geliştirilen modellerin karşılaştırmalı analizi sunulmaktadır. Mekanik sistemin dinamik davranışını incelemek amacıyla, ilgili hareket denklemleri analitik olarak çözülmüş, ardından sistemin elektriksel eşdeğeri modellenmiştir. Bu modelde, mekanik sistemin temel bileşenleri (kütle, sürtünme, dış kuvvetler vb.), uygun elektriksel elemanlarla temsil edilerek sistemin zamana bağlı tepkisi analiz edilmiştir.

Modelleme süreci sonucunda, sistemin hem analitik hem de sayısal çözümleri elde edilmiş; ayrıca Python ve Simulink ortamlarında gerçekleştirilen benzetimlerle sistemin hız, konum ve enerji davranışları karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca, mekanik sistemin zamana bağlı davranışı ile oluşturulan elektriksel eşdeğer devrenin tepkileri karşılaştırılmış ve bu iki modelin dinamik tutarlılığı analiz edilmiştir.

Bu bölümde tüm bu bulgular bir araya getirilerek modelin doğruluğu, farklı çözüm yaklaşımlarının (analitik, sayısal ve benzetim tabanlı) tutarlılığı ve önerilen yöntemin geçerliliği tartışılmıştır. Sistem davranışının geçici (transiyent) ve kararlı (steady-state) rejimlerdeki değişimi, grafiksel ve sayısal bulgular doğrultusunda ele alınmıştır.

Model Sonuçlarının Karşılaştırılması

Analitik, Sayısal ve Gözlemsel Bulguların Değerlendirmesi

Bu bölümde, yerçekimi batarya sisteminin şarj sürecine ait geliştirilen modellerin sonuçları karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Hem analitik hem de sayısal çözümler, sistemin zamana bağlı dinamik davranışını açıklamak üzere uygulanmış; elde edilen bulgular sistemin kararlılık ve tepkime süresi ve bakımından değerlendirilmiştir. Ayrıca mevcutsa, deneysel veriler de modele kıyasla tartışılmıştır.

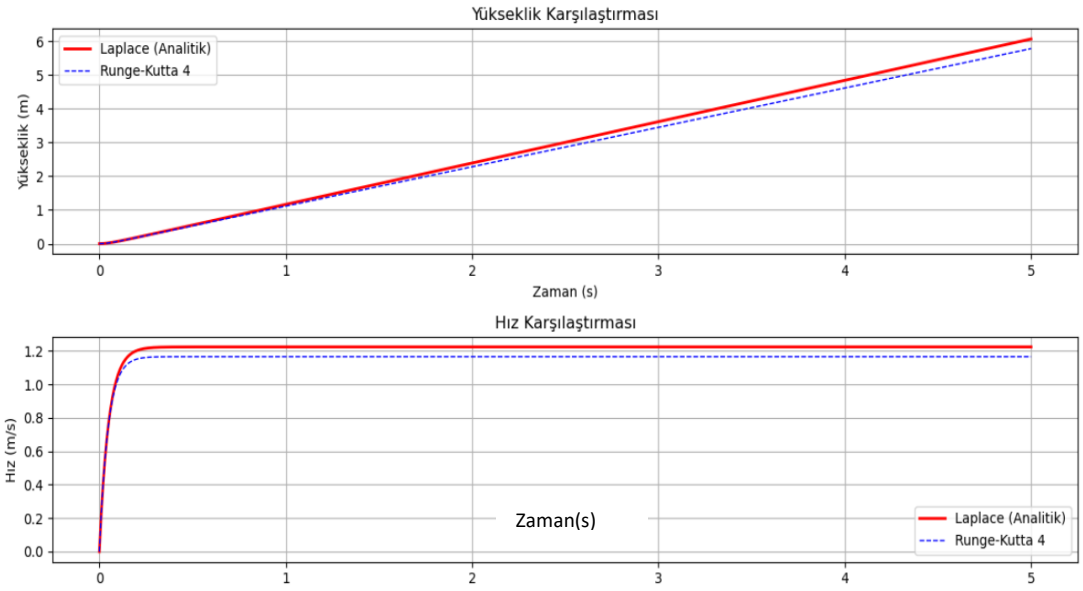
Analitik Çözüm – Laplace Dönüşümü Yaklaşımı

Analitik çözümde, hareket denklemi Laplace dönüşümü aracılığıyla çözülmüş ve sistemin hem geçici hem de kararlı durum çözümleri elde edilmiştir. Sisteme sabit bir giriş gerilimi uygulandığında, hız $v(t)$ zamana bağlı olarak üstel biçimde artmakta

ve belirli bir değerde sabitlenmektedir. Bu çözüm yöntemi, sistemin fiziksel parametreleriyle doğrudan ilişkilidir ve bu parametrelerin sistem tepkisi üzerindeki etkileri açık şekilde ortaya konulmuştur.

Sayısal çözüm - Dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemi (RK4)

Analitik çözümden elde edilen genel davranışı incelemek amacıyla aynı hareket denklemi dördüncü mertebeden Runge-Kutta yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözüldü. Bu yöntem, zaman adımı (Δt) seçilerek ardışık zaman dilimlerinde konum ve hız değerlerinin hesaplanmasına olanak tanır. Sayısal çözümde elde edilen sonuçlar, özellikle geçiş sürecinin doğru bir şekilde izlenmesi açısından avantajlar sağlamıştır; Sistemin sabit hıza ulaşması için gereken süre ve irtifa değişiklikleri gibi bilgiler açıkça belirtilir.



Grafik 11. RK4 ve Laplace yöntemleriyle elde edilen hız ve yükseklik değerlerinin zamana göre karşılaştırması

Hata Analizi

Analitik (Laplace dönüşümü) ve sayısal (Runge-Kutta 4. dereceden, RK4) modellerin doğruluğunu değerlendirmek amacıyla hata analizi gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda, Laplace yöntemiyle elde edilen hız değerleri ile RK4 yöntemiyle elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Karşılaştırma sonucunda, ortalama mutlak hata (MAE), karekök ortalama kare hata (RMSE) ve göreli hata yüzdesi gibi metrikler hesaplanarak tablo halinde sunulmuştur.

Her bir zaman adımı için elde edilen hız değerleri karşılaştırılmış ve yöntemler arasındaki farkın zamanla nasıl değiştiği analiz edilmiştir. Özellikle sistemin kararlı duruma geçiş sürecinde gözlemlenen sapmalar, MAE ve RMSE değerleri aracılığıyla nicel olarak değerlendirilmiştir. Aşağıdaki tabloda, bu farklara ait hesaplamalar ayrıntılı bir şekilde sunulmaktadır.

Tablo 12. RK4 ve Laplace yöntemlerine göre hız ve yükseklik değerlerinin zamana bağlı karşılaştırmalı sonuçları (Ek-D)

Zaman-(s)	Hız RK4 (m/s)	Hız Laplace (m/s)	MAE	RMSE
0	0	0	0	0
0.1	1.0316	1.0588	0.0272	0.00074
0.2	1.1512	1.2021	0.0509	0.002591
0.3	1.1645	1.2214	0.0569	0.003238
0.4	1.166	1.2241	0.0581	0.003376
0.5	1.1662	1.2244	0.0582	0.003387
0.6	1.1662	1.2244	0.0582	0.003387
0.7	1.1662	1.2245	0.0583	0.003399
0.8	1.1662	1.2245	0.0583	0.003399
0.9	1.1662	1.2245	0.0583	0.003399
1	1.1662	1.2245	0.0583	0.003399
1.1	1.1662	1.2245	0.0583	0.003399
1.2	1.1662	1.2245	0.0583	0.003399
1.3	1.1662	1.2245	0.0583	0.003399

Tablodan elde edilen verilere göre, RK4 yöntemi ile Laplace çözümü arasında başlangıçta küçük farklılıklar gözlemlenmiştir. Özellikle ilk 0.3 saniyede mutlak hata (MAE) ve karekök ortalama hata (RMSE) değerleri artış göstermekte, bu da geçici rejimdeki uyumsuzluğu işaret etmektedir. Ancak sistem sabit duruma ulaştıktan sonra (yaklaşık 0.5 saniyeden itibaren), her iki yöntemin hız değerleri neredeyse sabit hale gelmiş ve aralarındaki farklar değişmeden kalmıştır (MAE ≈ 0.0583, RMSE ≈ 0.0034). Bu sonuç, RK4 yönteminin doğrusal sistemlerde yeterli hassasiyetle çalıştığını ve analitik çözüme oldukça yakın sonuçlar verdiğini göstermektedir.

Bununla birlikte, geçici rejimdeki farkların, sistemde modellenen sürtünme etkisinden kaynaklandığı değerlendirilmektedir. RK4 yöntemiyle yapılan çözümde, viskoz sürtünme ve doğrusal olmayan terimlerin daha hassas şekilde sayısal olarak

modellenmesi, Laplace çözümüne kıyasla geçici davranışta farklılıkların ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bu durum, sürtünmenin sistem dinamikleri üzerindeki etkisini ve modellemede dikkate alınmasının önemini vurgulamaktadır..

Sayısal ve Analitik Yöntemler Arasındaki Göreli Hata Analiz

RK4 (dördüncü dereceden Runge-Kutta) yöntemiyle elde edilen sayısal sonuçlarla Laplace dönüşümü kullanılarak elde edilen analitik sonuçlar arasındaki farklar nicel olarak analiz edilmiştir. Her iki yöntem için hız ve konum değerleri çeşitli zaman noktalarında karşılaştırılmış ve göreli hata oranı şu formülle hesaplanmıştır:

$$Hata(\%) = \frac{Laplace\ sonucu\ - RK4\ sonucu}{RK4\ sonucu} 100\% \tag{71}$$

Tablo 13.Hız için Göreli Hata Analizi

Zaman (s)	Hız RK4 (m/s)	Hız Laplace (m/s)	Hata (%)
0.0	0.0000	0.0000	0.0
0.1	1.0316	1.0588	2.64
0.2	1.1512	1.2021	4.42
0.3	1.1645	1.2214	4.89
0.4	1.1662	1.2241	4.98
0.5	1. 1662	1.2244	4.99
0.6	1.1662	1.2245	5
0.7	1.1662	1.2245	5
0.8	1.1662	1.2245	5
0.9	1.1662	1.2245	5
1.0	1.1662	1.2245	5
1.1	1.1662	1.2245	5
1.2	1.1662	1.2245	5
1.3	1.1662	1.2245	5

Tablo 13 incelendiğinde, RK4 ve Laplace yöntemleriyle elde edilen hız değerleri arasındaki göreli hata oranlarının ilk zaman adımlarında daha düşük, ancak sistem kararlı duruma ulaştıkça yaklaşık %5 civarında sabitlendiği görülmektedir. Özellikle 0.1 s ile 0.4 s arasında göreli hata değerlerinin %2–%4 aralığında olduğu, bu durumun geçici rejimde iki yöntem arasındaki farkın daha belirgin olduğunu gösterdiği anlaşılmaktadır.

0.5 s'den sonra ise sistemin kararlı duruma geçmesiyle birlikte göreli hata yaklaşık %5 seviyesinde sabitlenmiş ve bu farkın zamana bağlı olarak değişmediği gözlemlenmiştir. Bu durum, her iki çözüm yönteminin sistem davranışını benzer

şekilde temsil ettiğini; ancak sayısal çözümün belirli koşullarda analitik çözüme göre biraz daha farklı sonuçlar üretebileceğini göstermektedir.

Genel olarak, %5'in altındaki göreli hata değerleri, sistemin genel davranışının her iki yöntemle de başarılı bir şekilde modellenebildiğini göstermekte ve sayısal yöntemin doğruluğunu desteklemektedir.

Matlab/Simulink simülasyonundan elde edilen grafiklerin analizi

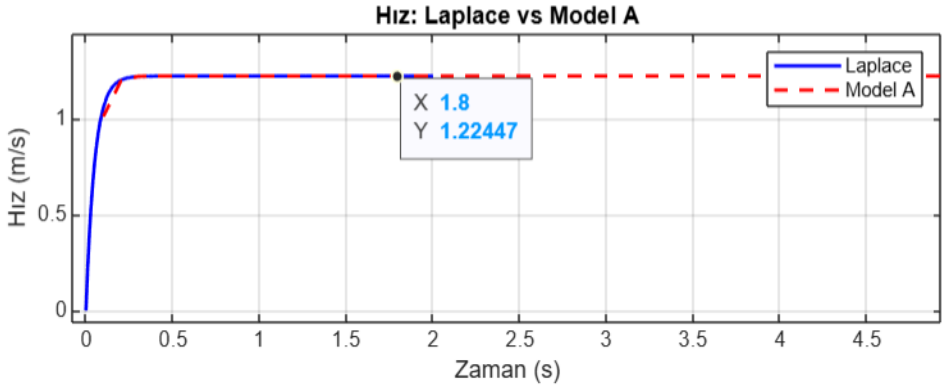
Önceki bölümde, Simulink ortamında oluşturulan iki simülasyon modeli tanıtılmıştır: Model A doğrusal sürtünmeyi, Model B ise doğrusal olmayan sürtünmeyi içermektedir. Bu bölümde, bu iki modelin simülasyon sonuçları, sayısal (RK4) ve analitik (Laplace) yöntemlerle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak analiz edilmiştir.

Model A ve Laplace karşılaştırması

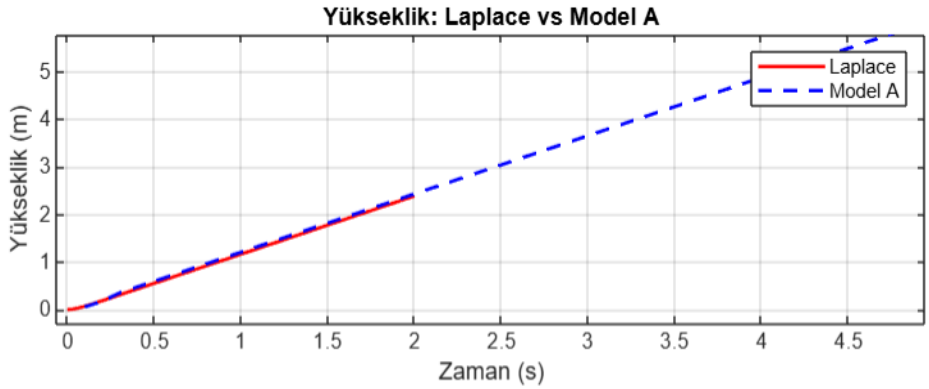
Grafik 12 ve Grafik 13'te, doğrusal sürtünmeye sahip Model A'nın Simulink simülasyon çıktıları ile Laplace yöntemiyle elde edilen analitik çözümler karşılaştırılmıştır. Her iki grafik incelendiğinde, hız ve konum (yükseklik) değerlerinin zaman boyunca neredeyse tamamen üst üste örtüştüğü görülmektedir.

Bu tam örtüşme, Model A'nın Laplace yöntemi ile oluşturulan teorik modele birebir uyduğunu ve modelin hem sayısal hem de analitik çözümle aynı dinamik davranışı sergilediğini ortaya koymaktadır. Özellikle geçici rejimdeki ivmelenme, kararlı duruma ulaşma süresi ve son hız değerleri bakımından hiçbir farklılık gözlemlenmemiştir.

Bu sonuç, doğrusal sürtünmeli sistemlerde analitik çözümün geçerliliğini ve doğruluğunu güçlü bir şekilde desteklemekte; aynı zamanda Simulink ortamında oluşturulan modelin başarıyla kurulduğunu göstermektedir.



Grafik 12. Model A ve Laplace İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği



Grafik 13. Doğrusal Model (Model A) ve Laplace İçin Zamanla Değişen yükseklik Grafiği

Simulink ve Laplace yöntemiyle elde edilen hız ve yükseklik verilerinin karşılaştırılması için kullanılan kod, Ek-E'de detaylı olarak verilmiştir.

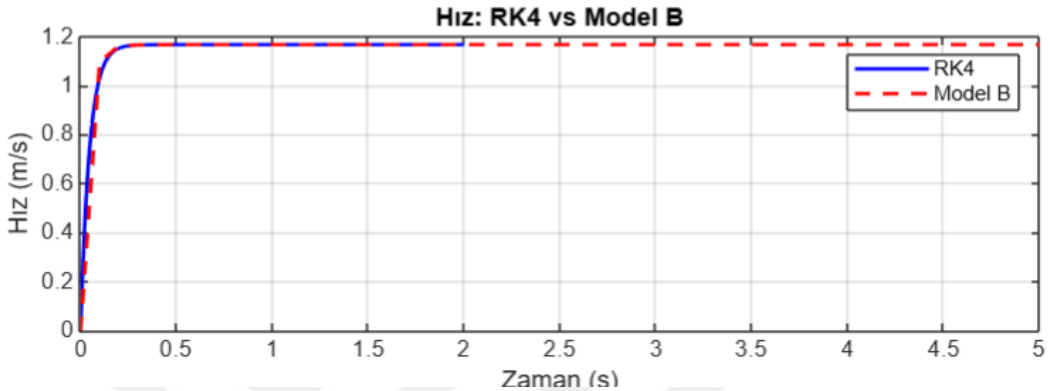
Model B ve RK4 karşılaştırması

Grafik 14 ve Grafik 15'te, doğrusal olmayan sürtünme içeren Model B'nin Simulink ortamında elde edilen simülasyon sonuçları ile Runge-Kutta (RK4) yöntemiyle elde edilen sayısal çözümler karşılaştırılmıştır.

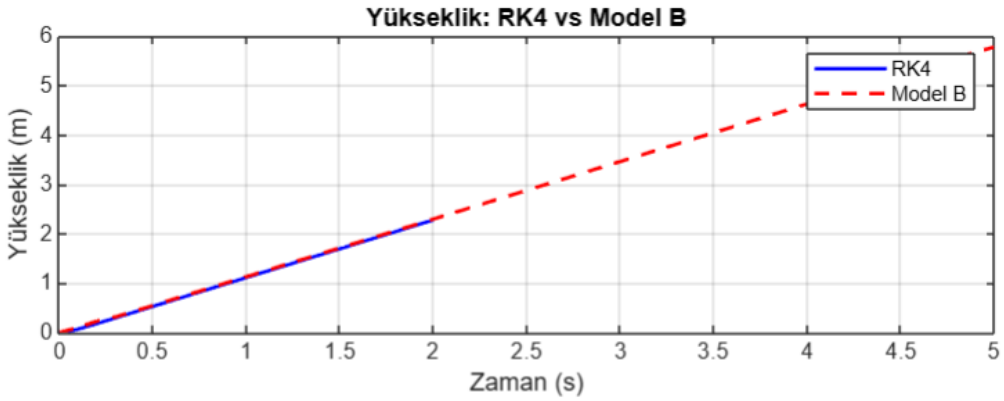
Her iki model de teorik olarak aynı fiziksel davranışı temsil etmekte olup, elde edilen sonuçlar büyük ölçüde örtüşmektedir.

Bununla birlikte, simülasyon çıktılarında çok küçük farklılıklar gözlemlenmiştir. Bu farklar, modelleme yaklaşımından değil, çözüm yönteminin uygulandığı platformdan kaynaklanıyor olabilir. Model B, Simulink ortamında blok diyagramlarla gerçekleştirilmişken, Runge-Kutta yöntemi doğrudan sayısal algoritma yoluyla kodlanmıştır.

Simulink, çözüm sürecinde dahili olarak belirli adım büyüklükleri (step size) ve algoritmalar kullanırken; manuel RK4 uygulamasında bu adımlar kullanıcı tarafından açıkça belirlenmiştir. Dolayısıyla oluşan küçük fark, büyük olasılıkla çözüm yöntemlerinin sayısal hassasiyetinden veya adım ayarlarından kaynaklanmaktadır. Bu fark, genel sistemi etkilemeyecek düzeyde olup, iki modelin temel dinamiğinin aynı olduğunu doğrulamaktadır.



Grafik 14. Doğrusal olmayan model (Model B) ve RK4 İçin Zamanla Değişen Hız Grafiği



Grafik 15. Doğrusal olmayan Model (Model B) ve RK4 İçin Zamanla Değişen yükseklik Grafiği

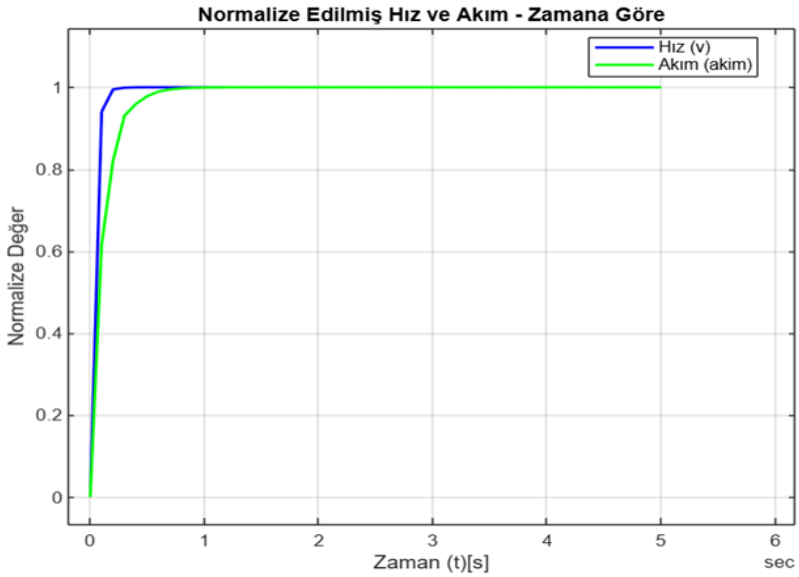
Simulink ve Laplace yöntemiyle elde edilen hız ve yükseklik verilerinin karşılaştırılması için kullanılan kod, Ek-F'de detaylı olarak verilmiştir.

Mekanik ve Elektriksel Modelin Karşılaştırılması

Şarj süreci, mekanik sistemin ve bu sisteme karşılık gelen elektriksel eşdeğer devrenin dinamik davranışları üzerinden değerlendirilmiştir. Bu kapsamda, mekanik modelde elde edilen hız verileri normalize edilerek; elektriksel devredeki çıkış akımı

da benzer şekilde normalize edilmiş ve zaman ekseninde karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir.

Grafik 16'da her iki sistemin geçici durum ve kararlı durum davranışlarının oldukça benzer olduğu gözlemlenmiştir.



Grafik 16. Normalize edilmiş akım ve hız değerlerinin zamanla göre Karşılaştırmalı

Bu grafiklerin çizimi için kullanılan normalize etme ve karşılaştırma kodu, Ek-G'de verilmiştir.

Normalize edilmiş akım ve hız değerlerinin zamanla değişimi karşılaştırıldığında, eğrilerin büyük oranda çakıştığı görülmektedir. Bu durum, elektriksel eşdeğer devrenin mekanik sistemin dinamik davranışını doğru şekilde temsil ettiğini ortaya koymaktadır. Elde edilen bu benzerlik, sayısal hata metrikleri ile de desteklenmiştir: RMSE değeri 0.076286, MAE değeri ise 0.030629 olarak hesaplanmıştır. Bu düşük hata değerleri, modeller arasındaki uyumun yüksek olduğunu ve elektriksel modelin geçerliliğini sayısal olarak da doğruladığını göstermektedir.

Ayrıca, zaman tepkileri açısından yapılan karşılaştırmada; akımın sisteme daha hızlı tepki verdiği, hızın ise daha yavaş artarak kararlı duruma ulaştığı tespit edilmiştir. Bu fark, sistemdeki atalet etkilerinden (kütle ve moment) kaynaklanmakta olup, aynı zamanda elektriksel dinamiklerin mekanik dinamiklere göre daha hızlı cevap verebilmesinden ileri gelmektedir.

Genel Değerlendirme

Yapılan tüm modellemeler ve karşılaştırmalı analizler sonucunda, mekanik sistemin dinamik davranışının hem analitik hem de sayısal yöntemlerle başarıyla temsil edilebildiği görülmüştür. Ayrıca, elektriksel eşdeğer devre aracılığıyla yapılan benzetimler, mekanik sistemle yüksek düzeyde uyumlu sonuçlar üretmiştir.

Farklı çözüm yaklaşımları, geçici ve kararlı rejimlerde benzer eğilimler sergilemiş; düşük hata metrikleri modellerin doğruluğunu ve geçerliliğini desteklemiştir. Bu bağlamda, geliştirilen modellerin sistem davranışını anlamak ve analiz etmek için kullanılabilirliği güçlü bir şekilde ortaya konmuştur.

Gelecek Çalışmalar için Öneriler

Bu çalışmada geliştirilen modeller teorik ve sayısal yaklaşımlarla başarıyla analiz edilmiş olsa da, sistemin gerçek dünya koşullarında nasıl davrandığını tam olarak değerlendirebilmek için deneysel doğrulama çalışmaları büyük önem taşımaktadır. Bu kapsamda aşağıdaki öneriler gelecekte yapılacak çalışmalara ışık tutabilir:

• Sistem için küçük ölçekli bir prototip geliştirilerek deneysel veriler elde edilmelidir. Bu sayede özellikle sürtünme kuvveti gibi parametrelerin gerçek sistem üzerindeki etkisi daha doğru şekilde gözlemlenebilir ve modelin doğruluğu test edilebilir.

• Deneysel veriler aracılığıyla doğrusal ve doğrusal olmayan sürtünme modelleri yeniden yapılandırılmalı; parametre optimizasyonu yapılmalıdır.

• Deneysel düzenek ile elde edilen verilerle model doğrulaması yapıldıktan sonra, sistemin depolayabildiği enerji miktarı hesaplanmalı ve enerji verimliliği analiz edilmelidir.

• Farklı yük senaryoları (örneğin değişken kütle, değişen giriş voltajı gibi) uygulanarak sistemin performansı çeşitli koşullar altında test edilmelidir.

• Elektriksel eşdeğer devrede kontrol stratejileri (örneğin gerilim regülasyonu, PID denetleyici vb.) entegre edilerek sistemin kararlılığı ve yanıt süresi iyileştirilebilir.

• Uzun vadede, sistemin daha büyük ölçekte tasarımı ve enerji ağlarına entegrasyonu üzerinde çalışmalar yapılabilir.

Bu öneriler doğrultusunda yapılacak çalışmalar, hem modelin doğruluğunu artıracak hem de yerçekimi temelli enerji depolama sistemlerinin uygulanabilirliğini daha somut biçimde ortaya koyacaktır.

KAYNAKÇA

Adebayo, D. H., Ajiboye, J. A., Okwor, U. D., Muhammad, A. L., Ugwuijem, C. D., Agbo, E. K., & Stephen, V. I. (2025). Optimizing energy storage for electric grids: Advances in hybrid technologies. *World Journal of Advanced Engineering Technology and Sciences*, *14*(2), 138–172. https://doi.org/10.30574/wjaets.2025.14.2.0053

Berrada, A., Loudiyi, K., & Garde, R. (2017). Dynamic modeling of gravity energy storage coupled with a PV energy plant. *Energy*, 134, 323–335. https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.06.030

Chakraborty, M. R., Dawn, S., Saha, P. K., Basu, J. B., & Ustun, T. S. (2022). A Comparative Review on Energy Storage Systems and Their Application in Deregulated Systems. Batteries, 8(124), 6–8. https://doi.org/10.3390/batteries8090124.

Chatzigeorgiou, N. G., Theocharides, S., Makrides, G., & Georghiou, G. E. (2024).A review on battery energy storage systems: Applications, developments, and research trends of hybrid installations in the end-user sector. Journal of Energy Storage, 81, 111192. https://doi.org/10.1016/j.est.2024.111192

Chatzigeorgiou, N. G., Theocharides, S., Makrides, G., & Georghiou, G. E. (2024). A review on battery energy storage systems: Applications, developments, and research trends of hybrid installations in the end-user sector. *Journal of Energy Storage*, 81, 111192. https://doi.org/10.1016/j.est.2024.111192

Chen, H., Cong, T. N., Yang, W., Tan, C., Li, Y., & Ding, Y. (2009). Progress in electrical energy storage system: A critical review. *Progress in Natural Science*, *19*(3), 291–312. https://doi.org/10.1016/j.pnsc.2008.07.014

Chodakowska, E. (2025). Efficiency of renewable energy potential utilization in European Union: Towards responsible net-zero policy. *Energies*, 18(5), 1175. https://doi.org/10.3390/en18051175

Dincer, I. (2000). Renewable energy and sustainable development: a crucial review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 4(2), 157–175. https://doi.org/10.1016/S1364-0321(99)00011-8

Ember. (2023). *Global Electricity Review 2023*. Ember. https://ember-climate.org/insights/research/global-electricity-review-2023

Freires, F. J., Damasceno, V. N., Machado, A. L. S., Martins, G. B., da Silva, L. M., Pio, M. C. S., Claro Júnior, L. H., & Sales, D. C. (2023). Advantages and disadvantages of renewable energy: A review of the scientific literature. Revista Gestão e Secretariado (GeSec), 14(11), 20221–20240. https://doi.org/10.7769/gesec.v14i11.3174

Hashmi, S., Noor, S., & Parveen, W. (2025). Advances in water splitting and lithium-ion batteries: Pioneering sustainable energy storage and conversion

technologies. *Frontiers in Energy Research*, 13, 1465349. https://doi.org/10.3389/fenrg.2024.1465349

International Renewable Energy Agency (IRENA). (2024). Renewable Capacity Statistics 2024. Abu Dhabi: IRENA. https://www.irena.org/publications/2024/Mar/Renewable-Capacity-Highlights-2024

Iurchenko, M., Nyzhnychenko, Y., Rudyk, N. V., Zolotarova, O., & Stakhurska, S. (2024). Harnessing renewable energy for sustainable economic growth and environmental resilience. *Grassroots Journal of Natural Resources*, 7(3), UKR03. https://doi.org/10.33002/nr2581.6853.0703ukr03

Jacobson, M. Z., Delucchi, M. A., Bazouin, G., Bauer, Z. A., Heavey, C. C., Fisher, E., ... & Morris, S. B. (2015). 100% clean and renewable wind, water, and sunlight (WWS) all-sector energy roadmaps for the 50 United States. *Energy & Environmental Science*, 8(7), 2093–2117. https://doi.org/10.1039/C5EE01283J

Karuppiah, N., Mounica, P., Bhanutej, J. N., Saravanan, S., Reddy, R., & Israni, R. (2024). Revolutionizing renewable energy integration: The innovative gravity energy storage solution. *E3S Web of Conferences, 547*, 03028. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202454703028

Liu, L., Ma, Y., Li, Y., Peng, Y., He, R., & Li, Y. (2023). Review of gravity energy storage research and development. In *2023 8th International Conference on Power and Renewable Energy (ICPRE)* (pp. 394–399). IEEE. https://doi.org/10.1109/ICPRE59655.2023.10353860

López, G., Martín, M., & Martín, A. (2018). Modeling and simulation of energy systems: A review. Processes, 6(12), 238. https://doi.org/10.3390/pr6120238

Luo, X., Wang, J., Dooner, M., & Clarke, J. (2015). Overview of current development in electrical energy storage technologies and the application potential in power system operation. Applied Energy, 137, 511–536. https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.09.081

Lyden, A., Brown, C. S., Kolo, I., Falcone, G., & Friedrich, D. (2022). Seasonal thermal energy storage in smart energy systems: District-level applications and modelling approaches. *Renewable and Sustainable Energy Reviews, 167*, 112760.ideas.repec.org

Maradin, D. (2021). Advantages and disadvantages of renewable energy sources utilization. International Journal of Energy Economics and Policy, 11(3), 176–183. https://doi.org/10.32479/ijeep.11027

Moa, E. H. Y., & Go, Y. I. (2023). Large-scale energy storage system: safety and risk assessment. Sustainable Revankar, S. T. (2019). Chemical Energy Storage. In *Storage and Hybridization of Nuclear Energy: Techno-economic Integration*

of Renewable and Nuclear Energy (pp. 177-227). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-813975-2.00006-5

Mousavi, N., Kothapalli, G., Habibi, D., Khiadani, M., & Das, C. K. (2019). An improved mathematical model for a pumped hydro storage system considering electrical, mechanical, and hydraulic losses. *Applied Energy, 247*, 228–236. https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.03.015

Mundu, M. M., Nnamchi, S. N., Sempewo, J. I., & Uti, D. E. (2024). Simulation modeling for energy systems analysis: A critical review. Energy Informatics, 7, Article 75. https://doi.org/10.1186/s42162-024-00391-y

Mylenbusch, I. S., Claffey, K., & Chu, B. N. (2023). Hazards of lithium-ion battery energy storage systems (BESS), mitigation strategies, minimum requirements, and best practices. Process Safety Progress. https://doi.org/10.1002/prs.12491

Nampiima, P. J. (2024). *Renewable energy storage solutions: Innovations and challenges*. *Research Output Journal of Engineering and Scientific Research*, 3(2), 45–48. https://www.researchgate.net/publication/383874836

National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. (2022). *Net-zero emissions by 2050*. https://nap.nationalacademies.org/resource/other/dels/net-zero-emissions-by-2050/?utm_source=google_grants&utm_medium=cpc&utm_campaign=15107095915&utm_content=145823965111&utm_term=net%20zero&gad_source=1&gbraid=0AAAAAoTpqHydYnHqmWHi8mZw4TLIVJ7wV

Okafor, C. E., & Folly, K. A. (2023). Mechanical energy storage systems and their applications in power systems. IntechOpen. https://doi.org/10.5772/intechopen.111399

Pamfile, L. V. (2023). Energy Transition: The Importance of Energy Storage Systems Towards a More Sustainable World. SSRN. https://doi.org/10.2139/ssrn.4376325

Panwar, N. L., Kaushik, S. C., & Kothari, S. (2011). Role of renewable energy sources in environmental protection: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(3), 1513–1524. https://doi.org/10.1016/j.rser.2010.11.037

Papadakis, N. C., Fafalakis, M., & Katsaprakakis, D. (2023). A review of pumped hydro storage systems. *Energies, 16*(11), 4516.mdpi.commdpi.com

Prasad, R. D., Chand, D., Lata, S. S. S., & Kumar, R. (2025). Beyond energy access: How renewable energy fosters resilience in island communities. *Resources*, 14(2), 20. https://doi.org/10.3390/resources14020020

Rahman, A., Farrok, O., & Haque, M. M. (2022). Environmental impact of renewable energy source based electrical power plants: Solar, wind, hydroelectric, biomass, geothermal, tidal, ocean, and osmotic. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 161, 112279. https://doi.org/10.1016/j.rser.2022.112279

Rahman, M. M., Oni, A. O., Gemechu, E. D., & Kumar, A. (2020). Assessment of energy storage technologies: A review. Energy Conversion and Management, 223, 113295. https://doi.org/10.1016/j.enconman.2020.113295

Rahore, M., Choudhary, D., & Singh, S. (2022). Probabilistic analysis of hybrid renewable energy system with gravity-based storage using Monte Carlo simulation. Renewable Energy Focus, 42, 101–115. https://doi.org/10.1016/j.ref.2022.04.004

Rana, M. M., Uddin, M., Sarkar, M. R., Meraj, S. T., Shafiullah, G. M., Muyeen, S. M., Islam, M. A., & Jamal, T. (2023). Applications of energy storage systems in power grids with and without renewable energy integration — A comprehensive review. Journal of Energy Storage, 68, 10781. https://doi.org/10.1016/j.est.2023.107811

REN21. (2023). Renewables 2023 Global Status Report. Retrieved from https://www.ren21.net/reports/global-status-report/

Sayed, E. T., Wilberforce, T., Elsaid, K., Rabaia, M. K. H., Abdelkareem, M. A., Chae, K. J., & Olabi, A. G. (2021). A critical review on environmental impacts of renewable energy systems and mitigation strategies: Wind, hydro, biomass and geothermal. Science of The Total Environment, 766, 144505. https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.144505eviews, 165, 112279. https://doi.org/10.1016/j.rser.2022.112279

Tan, K. M., Babu, T. S., Ramachandaramurthy, V. K., Kasinathan, P., Solanki, S. G., & Raveendran, S. K. (2021). Empowering smart grid: A comprehensive review of energy storage technology and application with renewable energy integration. Journal of Energy Storage, 41, 102591. https://doi.org/10.1016/j.est.2021.102591

Tong, W., Lu, Z., Chen, W., Han, M., Zhao, G., Wang, X., & Deng, Z. (2022). Solid gravity energy storage: A review. Journal of Energy Storage, 53, 105226. https://doi.org/10.1016/j.est.2022.105226

Tong, W., Lu, Z., Han, M., Zhao, H., Dai, L., & Chen, X. (2023). Inertial characteristics of gravity energy storage systems. *Proceedings of the 2023 IEEE Conference*. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.23672.83203

Vrenne, T., Syverud, E., & Müller, G. (2021). Conceptual modeling of energy storage systems. *INCOSE International Symposium, 31*(1), 31–46. https://doi.org/10.1002/j.2334-5837.2021.00824.x

Wang, G., Xiao, X., & Liu, Y. (2019). Dynamic modeling and analysis of a mine hoisting system with constant length and variable length. Mathematical Problems in Engineering, 2019, Article ID 4185362, 12 pages. https://doi.org/10.1155/2019/4185362

Worku, M. Y. (2022). Recent Advances in Energy Storage Systems for Renewable Source Grid Integration: A Comprehensive Review. *Sustainability*, 14(10), 5985. https://doi.org/10.3390/su14105985

Worku, M. Y. (2022). Recent advances in energy storage systems for renewable source grid integration: A comprehensive review. Sustainability, 14(5985),

EKLER

EK-A.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from IPython.display import display

# Gerçek veriler
v_measured = np.array([2.37, 3.12, 4.88])
rpm = np.array([380, 503, 788])
w_measured = 2 * np.pi * rpm / 60
k_real = v_measured / w_measured

# Model 1: Ortalama K ile hesap
k_ort = np.mean(k_real)
v_model1 = k_ort * w_measured
error_model1 = ((v_model1 - v_measured) / v_measured) * 100

# Model 2: Regresyon
coeffs = np.polyfit(w_measured, v_measured, 1)
v_model2 = np.polyval(coeffs, w_measured)
error_model2 = ((v_model2 - v_measured) / v_measured) * 100

# Tablolaştır
df = pd.DataFrame({
   "RPM": rpm,
   "Açısal Hız (rad/s)": np.round(w_measured, 3),
   "Gerilim (V)": v_measured,
   "Gerçek K": np.round(k_real, 6),
   "Model 1 - V": np.round(v_model1, 4),
   "Model 1 - Hata (%)": np.round(error_model1, 2),
   "Model 2 - V": np.round(v_model2, 4),
   "Model 2 - Hata (%)": np.round(error_model2, 2),
})
# Tabloyu göster
display(df)
# Grafik (isteğe bağlı)
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(w_measured, v_measured, 'bo', label='Ölçülen Veriler')
plt.plot(w_measured, v_model1, 'r-', label='Model 1 (K ort)')
plt.plot(w_measured, v_model2, 'g--', label='Model 2 (Regresyon)')
```

```
plt.xlabel('Açısal Hız ω (rad/s)')
plt.ylabel('Gerilim V (V)')
plt.title('Model Karşılaştırması')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

EK-B.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Sistem parametreleri
m = 0.350  # kütle (kg)
V_giris = 12  # motor gerilimi (V)
r = 0.01  # makara yarıçapı (m)
Ra = 5.6  # motorun iç direnci (ohm)
K = 0.059  # motor sabiti (varsayılan)
# Sürtünme katsayıları
a = 0.3
b = 1
c = 0.2
g = 9.81  # yerçekimi ivmesi (m/s^2)
# Laplace çözümünden elde edilen katsayılar
A = (K / (r * Ra) * V_giris - c - m * g)
B = b + (K ** 2) / (r ** 2 * Ra)
# Zaman vektörü (0'dan 5 saniyeye kadar)
t = np.linspace(0, 5, 500)
# Hız denklemi v(t) ve konum (yükseklik) denklemi h(t)
v = (A / B) * (1 - np.exp(-B * t / m))
h = (A / B) * (t + (m / B) * (np.exp(-B * t / m) - 1))
# Grafik çizimi
plt.figure(figsize=(12, 5))
# Hız grafiği
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(t, v, label='v(t) - Hız', color='blue')
plt.xlabel('Zaman (s)')
plt.ylabel('Hız (m/s)')
plt.title('v(t) - Hızın zamana göre değişimi')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(t, h, label='h(t) - Yükseklik', color='green')
plt.xlabel('Zaman (s)')
plt.ylabel('Yükseklik (m)')
plt.title('h(t) - Yüksekliğin zamana göre değişimi')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.show()
```

EK-C.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Parametreler
m = 0.350
k = 0.059
r = 0.01
Ra = 5.8
a = 0.3
b = 1
c = 0.2
V = 12
g = 9.81
def f(t, y):
    h, v = y
    dh_dt = v
  dv_dt = ( (k/(r * Ra)) * V -- ((k**2)/(r**2 * Ra)) * v -(a * v**2 + b * v + c) - m *
g) / m
   return np.array([dh_dt, dv_dt])
# Zaman ayarları
t0 = 0
tf =2
dt = 0.00005
t_points = np.arange(t0, tf + dt, dt)
# Başlangıç koşulları
y0 = np.array([0.0, 0.0])
y = np.zeros((len(t_points), 2))
y[0] = y0
# RK4 yöntemi
for i in range(1, len(t_points)):
    t_i = t_points[i - 1]
    y_i = y[i - 1]
    s1 = f(t_i, y_i)
    s2 = f(t_i + dt / 2, y_i + dt / 2 * s1)
    s3 = f(t_i + dt / 2, y_i + dt / 2 * s2)
    s4 = f(t_i + dt, y_i + dt * s3)
    y[i] = y_i + (dt / 6) * (s1 + 2 * s2 + 2 * s3 + s4)
# Sonuçları ayır
heights = y[:, 0]
velocities = y[:, 1]
# Grafik çizimi
plt.figure(figsize=(10, 6))
```

```
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t_points, heights)
plt.title("Zamana Göre Yükseklik Değişimi")
plt.xlabel("Zaman (s)")
plt.ylabel("Yükseklik (m)")
# Sabit hız zamanı işaretle
steady_time = 0.25
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.axvline(x=steady_time, color='g', linestyle='--', label=f'Sabit hız ≈
{steady_time:.2f}s')
plt.legend()

plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(t_points, velocities)
plt.title("Zamana Göre Hız Değişimi")
plt.xlabel("Zaman (s)")
plt.ylabel("Hız (m/s)")
plt.tight_layout()
plt.savefig("sonuc_grafigi.png", dpi=300)
plt.show()
```

EK-D.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Ortak Parametreler
m = 0.350
k = 0.059
r = 0.01
Ra = 5.8
a = 0.3
b = 1
c = 0.2
V = 12
g = 9.81

# --- 1) Çözüm: Analitik (Laplace)
A = (k / (r * Ra) * V - c - m * g)
B = b + (k ** 2) / (r ** 2 * Ra)

t_laplace = np.linspace(0, 5, 500)
v_laplace = (A / B) * (1 - np.exp(-B * t_laplace / m))
h_laplace = (A / B) * (t_laplace + (m / B) * (np.exp(-B * t_laplace / m) - 1))

# --- 2) Çözüm: Sayısal (Runge-Kutta 4. derece)

def f(t, y):
    h, v = y
    dh_dt = v
    dv_dt = ( (k/(r * Ra)) * V  - ((k**2)/(r**2 * Ra)) * v - (a * v**2 + b * v + c) -
m * g ) / m
    return np.array([dh_dt, dv_dt])

# RK4 zaman ve adım
t0, tf, dt = 0, 5, 0.00005
t_points = np.arange(t0, tf + dt, dt)
y = np.zeros((len(t_points), 2))
y[0] = np.array([0.0, 0.0])

# Runge-Kutta 4
for i in range(1, len(t_points)):
    t_i = t_points[i - 1]
    y_i = y[i - 1]
```

```
    s1 = f(t_i, y_i)
    s2 = f(t_i + dt / 2, y_i + dt / 2 * s1)
    s3 = f(t_i + dt / 2, y_i + dt / 2 * s2)
    s4 = f(t_i + dt, y_i + dt * s3)
    y[i] = y_i + (dt / 6) * (s1 + 2 * s2 + 2 * s3 + s4)

h_rk = y[:, 0]
v_rk = y[:, 1]

# --- Grafik Karşılaştırmaları
plt.figure(figsize=(12, 6))

# Yükseklik karşılaştırması
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t_laplace, h_laplace, 'r-', label='Laplace (Analitik)', linewidth=2)
plt.plot(t_points, h_rk, 'b--', label='Runge-Kutta 4', linewidth=1)
plt.title("Yükseklik Karşılaştırması")
plt.xlabel("Zaman (s)")
plt.ylabel("Yükseklik (m)")
plt.legend()
plt.grid(True)

# Hız karşılaştırması
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(t_laplace, v_laplace, 'r-', label='Laplace (Analitik)', linewidth=2)
plt.plot(t_points, v_rk, 'b--', label='Runge-Kutta 4', linewidth=1)
plt.title("Hız Karşılaştırması")
plt.xlabel("Zaman (s)")
plt.ylabel("Hız (m/s)")
plt.legend()
plt.grid(True)

plt.tight_layout()
plt.show()
```

EK-E.

```
m = 0.350;
k = 0.059;
r = 0.01;
Ra = 5.8;

b = 1;
c = 0.2;
V = 12;
g = 9.81;

%% --- Laplace çözümü ---
t_lap = 0:0.01:2;
A = (k / (r * Ra)) * V - c - m * g;
B = b + (k^2 / (r^2 * Ra));
v_lap = (A / B) * (1 - exp(-B * t_lap / m));
h_lap = (A / B) * (t_lap + (m / B) * (exp(-B * t_lap / m) - 1));

%% --- Excel'den Model A verilerini oku ---
T = readtable('lineer.xlsx');
% Sütun adlarını kontrol et
% varsayalım sütun adları şöyle: Time, Height, Velocity
tA = T.Time;
hA = T.h;
vA = T.v;

%% --- Karşılaştırma grafikleri ---
figure('Position',[200 200 700 500]);

subplot(2,1,1);
plot(t_lap, h_lap, 'red', 'LineWidth',1.5); hold on;
plot(tA, hA, 'blue--', 'LineWidth',1.5);
legend('Laplace','Model A');
xlabel('Zaman (s)'); ylabel('Yükseklik (m)');
title('Yükseklik: Laplace vs Model A');
grid on;

subplot(2,1,2);
plot(t_lap, v_lap, 'b-', 'LineWidth',1.5); hold on;
plot(tA, vA, 'r--', 'LineWidth',1.5);
legend('Laplace','Model A');
```

```
xlabel('Zaman (s)'); ylabel('Hız (m/s)');
title('Hız: Laplace vs Model A');
grid on;
```

EK-F.

```
m = 0.350;
k = 0.059;
r = 0.01;
Ra = 5.8;
a = 0.3;
b = 1;
c = 0.2;
V = 12;
g = 9.81;


dt = 0.00005;
t_end = 2;
t = 0:dt:t_end;


y = zeros(2, numel(t));
y(:,1) = [0; 0]; % [h; v]
for i = 1:numel(t)-1
ti = t(i);
yi = y(:,i);
k1 = f(ti, yi);
k2 = f(ti+dt/2, yi + dt/2 * k1);
k3 = f(ti+dt/2, yi + dt/2 * k2);
k4 = f(ti+dt, yi + dt * k3);
y(:,i+1) = yi + dt/6 * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4);
end
h_rk4 = y(1,:);
v_rk4 = y(2,:);

%% --- Excel'den Model B verilerini oku ---
T = readtable('hv_results.xlsx');
tB = T.Time;
hB = T.h;
vB = T.v;

%% --- Karşılaştırma grafikleri ---
figure('Position',[200 200 700 500]);

subplot(2,1,1);
plot(t, h_rk4, 'b-', 'LineWidth',1.5); hold on;
```

```
plot(tB, hB, 'r--', 'LineWidth',1.5);
legend('RK4','Model B');
xlabel('Zaman (s)'); ylabel('Yükseklik (m)');
title('Yükseklik: RK4 vs Model B');
grid on;

subplot(2,1,2);
plot(t, v_rk4, 'b-', 'LineWidth',1.5); hold on;
plot(tB, vB, 'r--', 'LineWidth',1.5);
legend('RK4','Model B');
xlabel('Zaman (s)'); ylabel('Hız (m/s)');
title('Hız: RK4 vs Model B');
grid on;

function dydt = f(~, y)
m = 0.350; k = 0.059; r = 0.01; Ra = 5.8;
a = 0.3; b = 1; c = 0.2; V = 12; g = 9.81;
h = y(1); v = y(2);
dhdt = v;
dvdt = ((k/(r*Ra))*V - (a*v^2 + b*v + c) - m*g - (k^2)/(r^2*Ra)*v ) / m;
dydt = [dhdt; dvdt];
end
```

EK-G.

```
T_v = readtable('hv_results.xlsx'); % Zaman ve hız (v) içeren dosya
T_i = readtable('resultakim.xlsx'); % Zaman ve akım (akim) içeren dosya

% 2. Değişkenleri ayıkla
% time_v = T_v.Time;
v = T_v.v;

time_i = T_i.Time;
akim = T_i.akim;

% --------------------------------
% 3. Zamanlara göre verileri hizala
% --------------------------------
tt_v = timetable(seconds(time_v), v);
tt_i = timetable(seconds(time_i), akim);
TT = synchronize(tt_v, tt_i, 'union'); % Zaman eksenine göre birleştir

% --------------------------------
% 4. 0 ile 1 arasında normalize et
% --------------------------------
TT.v = (TT.v - min(TT.v)) / (max(TT.v) - min(TT.v));
TT.akim = (TT.akim - min(TT.akim)) / (max(TT.akim) - min(TT.akim));

% 5. Normalize edilmiş verileri aynı grafikte çiz

figure;
plot(TT.Time, TT.v, '-b', 'LineWidth', 1.5); hold on;
plot(TT.Time, TT.akim, '-g', 'LineWidth', 1.5);
grid on;
xlabel('Zaman (saniye)');
ylabel('Normalize Değer');
legend('Hız (v)', 'Akım (akim)', 'Location', 'best');
title('Normalize Edilmiş Hız ve Akım - Zamana Göre');

% --------------------------------
% 6. Sonuçları Excel dosyasına kaydet
% --------------------------------
TTout = timetable2table(TT);
writetable(TTout, 'normalized_results.xlsx');
```