



Kahramanmaraş Sutcu Imam University

Journal of Engineering Sciences



Geliş Tarihi : 29.06.2023
Kabul Tarihi : 21.10.2023

Received Date : 29.06.2023
Accepted Date : 21.10.2023

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ GÖZENEKLİ SANDVIÇ KİRİŞLERİN ZORLANMIŞ TİTREŞİM ANALİZİ

FORCED VIBRATION ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADED POROUS SANDWICH BEAMS

Ajmal CHOPAN¹ (ORCID: 0009-0000-8718-4321)
Ahmad Reshad NOORI^{1*} (ORCID:0000-0001-6232-6303)

¹ İstanbul Gelişim Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

*Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Ahmad Reshad NOORI, arnoori@gelisim.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli malzemeden yapılmış sandviç kirişlerin elastik ve viskoelastik zorlanmış titreşim davranışı teorik olarak incelenmiştir. Üç tabakadan oluşan sandviç kirişin alt ve üst katmanını izotropik homojen ve çekirdek tabakası ise gözenekli malzemeli olarak modellenmiştir. Modellenen kirişlerin sonlu elemanlar metodu ile analiz edilebilmesi için ANSYS programı kullanılmıştır. Ele alınan yapı elemanlarının sonlu eleman modellerinin kurulması için birinci mertebeden kayma deformasyon etkisine dayalı BEAM189 elemanı kullanılmıştır. Kirişin kesit özelliklerinin üniform olduğu varsayılmıştır. Analizlerde simetrik, üniform ve monolitik olmak üzere üç çeşit gözenek fonksiyonundan faydalanılmıştır. Kesit kalınlığı boyunca elastik modül ve yoğunluk değişken olarak, Poisson oranı ise sabit olarak alınmıştır. Kirişler ankastre – ankastre, ankastre – sabit, sabit – sabit ve ankastre – serbest olarak modellenmiştir. Malzeme değişim katsayısının, malzeme değişim fonksiyonunun, çeşitli sınır koşullarının ve sönüm katsayılarının dinamik analiz üzerindeki etkileri detaylı bir şekilde araştırılmıştır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlara göre malzeme gözenek fonksiyonu ve malzeme değişim katsayıları dinamik analizin sonuçlarından genlik ve periyot değerlerini önemli ölçüde etkilediği görülmüştür. Viskoelastik durumda sönüm oranı arttıkça genlik değerlerinin daha hızlı bir şekilde küçüldüğü gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sandviç kiriş, Zorlanmış Titreşim Analizi, Gözenekli Malzeme, Viskoelastik Davranış, Sonlu Elemanlar Yöntemi

ABSTRACT

In this paper, the elastic and viscoelastic forced vibration behavior of sandwich beams made of functionally graded porous material is investigated theoretically. The bottom and top layers of the sandwich beam consisting of three layers are modeled as isotropic homogeneous and the core layer is modeled as porous material. ANSYS software is used to analyze the modeled beams by the finite element method. BEAM189 element which is based on the first-order shear deformation effect is used to generate the finite element models of the considered structural elements. The cross-sectional properties of the beam are assumed to be uniform. Three types of porosity functions are used in the analysis: symmetric, uniform, and monolithic. The modulus of elasticity and density are taken as variables along the section thickness and the poisson ratio is taken as constant. The beams are modeled as clamped-clamped, clamped - pinned, pinned - pinned, and clamped - free. The effects of material variation coefficient, material functions, various boundary conditions, and damping coefficients on the dynamic analysis are investigated in detail. Based on the results obtained from this study, it has been seen that the material function and material distribution coefficients significantly affect the amplitude and period values of the results of dynamic analysis. In the viscoelastic case, it is observed that as the damping ratio increases, the amplitude values decrease more rapidly.

Keywords: Sandwich Beam, Forced Vibration Analysis, Porous Material, Viscoelastic Behavior, Finite Element Method

ToCite: Chopan, A., & Noori, A. R., (2023). FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ GÖZENEKLİ SANDVIÇ KİRİŞLERİN ZORLANMIŞ TİTREŞİM ANALİZİ. *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 26(4), 909-921.

GİRİŞ

Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli malzemeler (FDGM), genellikle, içerdikleri gözeneklerin boyutu, şekli, dağılımı ve yoğunluğunun belirli bir yönde değiştiği malzemelerdir. Bu malzemelerin üretimi genellikle özel teknikler gerektirir ve bu malzemeler genellikle özelleştirilmiş uygulamalar için kullanılır. FDGM'lerin önemi, çeşitli endüstriyel ve bilimsel uygulamalarda bulunabilir. Birçok durumda, bu malzemelerin kullanımı, belirli bir uygulamanın performansını artırabilir veya belirli bir problemin çözümünü kolaylaştırabilir. Günümüzde, FD sandviç kirişler ve plakalar mühendislik endüstrilerinin birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yapısal elemanlar enine kuvvetlere, düzlem içi kuvvetlere ve dinamik kuvvetlere maruz kalırlar. Bu nedenle, FG sandviç kirişlerin doğru yapısal analizi, eğilme, burkulma ve titreşim davranışlarını tahmin etmek için gereklidir. Bu bakış açısıyla, FG sandviç kiriş ve plakaların analizi üzerine birçok araştırma yapılmıştır.

Noori vd. (2020) FD malzemeli simetrik ve simetrik olmayan katmanlardan oluşan sandviç kirişlerin statik davranışını Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile incelemiştir. Çalışmalarında malzeme değişim katsayısı yükseldikçe yer değiştirmelerin de arttığını rapor etmiştir. Noori vd. (2020) FD kirişlerin TFY ile statik analizini araştırmışlardır. Fortan dilinde kodlanmış bir bilgisayar programı kullanmışlar ve programdan elde edilen sonuçları tablolar halinde mevcut literatür sonuçları ile karşılaştırarak uyum içerisinde olduğunu göstermişlerdir. Ai ve Weaver (2016) değişken rijitlikli malzemelerin kullanıldığı, konik sandviç kirişlerin yaklaşık çözümünü elde etmek için basitleştirilmiş analitik model araştırmışlardır. Minimum toplam potansiyel enerji yöntemi ile Ritz tekniğini birlikte kullanmışlardır. Çekirdekteki eksenel rijitlik değişimi nedeniyle, kirişlerin yer değiştirmelerinin ve yüz tabakalarının ve çekirdeğin gerilmelerinin önemli ölçüde etkilendiğini bulmuşlardır. Ait Atmane vd. (2017) elastik temeller üzerine oturan FD kirişlerin mekanik tepkisi üzerinde kalınlık ve gözenekliliğin etkisini araştırmışlardır. Akbaş (2018) FD gözenekli derin kirişlerin zorlanmış titreşim analizini harmonik dış yayılı yük altında gözeneklilik etkisi ile sonlu elemanlar yöntemini kullanarak incelemiştir. Gözeneklilik parametresi arttıkça, gözeneklilik modelleri arasındaki farkın önemli ölçüde arttığını vurgulamıştır.

Srikarun vd. (2021) farklı yayılı yükler altında FD gözenekli çekirdeğe sahip sandviç kirişlerin doğrusal ve doğrusal olmayan statik eğilmesini araştırmışlardır. Amirani vd. (2009) FD çekirdekli sandviç kirişin Galerkin yöntemi ile serbest titreşim analizini incelemişlerdir. FD çekirdeği için sonuçlar, karışım kuralları ve mikromekanik teknikleri kullanarak çıkarılmış ve karşılaştırmışlardır. Chen vd. (2016) kayma deformasyonlu FD gözenekli kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Das ve Sarangi (2016) FD kompozit kirişlerin statik analizini incelemişlerdir. FD malzemesinin, farklı homojen malzeme katmanlarından oluştuğunu varsaymışlardır.

Vo vd. (2014) Rafine kayma deformasyon teorisini kullanarak FD kirişlerin statik ve titreşim analizini incelemişlerdir. Kayma düzeltme faktörü gerektirmeyen geliştirilen bu teori, statik tepkileri, doğal frekansları ve ilgili mod şekillerini doğru bir şekilde tahmin edebilmektedir. Zhao vd. (2019), genel sınır koşullarına sahip orta kalınlıkta FD gözenekli derin kavisli ve düz kirişin titreşim davranışını incelemek için birleşik bir analitik model oluşturmak üzere modifiye edilmiş bir seri çözüm benimsemişlerdir. Rezaiee-Pajand vd. (2018) FD prizmatik olmayan sandviç kirişlerin statik analizini araştırmışlardır. Njim vd. (2022) FD gözenekli malzemeli sandviç yapının deneysel ve sayısal eğilme özelliklerini araştırmışlardır. Deneylemlerden elde edilen sonuçları doğrulamak için ANSYS yazılımını kullanarak sayısal yaklaşım kullanmışlardır. Daouadji vd. (2013) bir FD kiriş için düzlem elastisite çözümü geliştirmişlerdir. Doğrusal yayılı yüke maruz bir konsol FD kiriş için genel bir iki boyutlu çözüm elde etmişlerdir. Sankar (2001) sinüzoidal enine yüklemeye maruz basit mesnetli FD kirişler için bir elastisite çözümü geliştirmiştir. Ying vd. (2008) Winkler-Pasternak elastik temelleri üzerine oturan FD kirişlerin eğilme ve serbest titreşimi için 2 boyutlu elastisite teorisine dayalı kesin çözümler elde etmişlerdir. Gradyan indeksi, en-boy oranları ve temel parametreleri gibi çeşitli parametrelerin FD kirişlerin mekanik davranışı üzerindeki etkileri incelemiştir. Turan (2022), sonlu elemanlar yöntemini kullanarak trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisine dayalı FD gözenekli kirişlerin statik analizini elde etmiştir.

Chu vd. (2015), eğilme ve çekme etkisindeki FD malzemeli kirişlerin elastisite çözümünü elde etmişlerdir. Xu vd. (2014), kalınlığı değişen FD kirişlerin iki boyutlu elastisite çözümlerini sunmuşlardır. Zhong ve Yu (2007) farklı yüklere maruz bir konsol FD kirişi analiz etmişlerdir. Ding vd. (2007), anizotropik FDM'lerin düzlem gerilme problemi için Airy gerilme fonksiyonunu kullanarak düzlem anizotropik FD kirişler için gövde kuvvetinin etkisini dahil ederek elastisite çözümleri elde etmişlerdir. Huang vd. (2007) tarafından keyfi olarak dağıtılmış bir yüke maruz kalan anizotropik bir kirişin eğilme problemini çözmüşlerdir. Huang vd. (2009) de doğrusal dağılımlı yüke maruz kalan FD anizotropik konsol kirişin eğilmesini sunmuşlardır. Çelebi ve Tütüncü (2014) düzlem elastisite teorisini kullanarak FD kirişlerin tam doğal frekanslarını elde etmişlerdir. Venkataraman ve Sankar (2003) FD çekirdekli bir

sandviç kirişteki gerilmeler için elastisite çözümünü analiz etmişlerdir. Aydoğdu ve Taşkın (2007), çeşitli kayma deformasyon teorilerini kullanarak basit mesnetli FD kirişlerin doğal frekanslarını elde etmek için Navier tipi çözüm yöntemini kullanmışlardır. Naderi ve Saidi (2013), rafine edilmiş birinci dereceden yer değiştirme alanı kullanarak çeşitli sınır koşullarına sahip orta kalınlıktaki FD anizotropik geniş kirişler üzerindeki eğilme ve gerilmenin etkilerini sunmuşlardır. Akbaş (2015), Timoshenko kiriş teorisini kullanarak Navier çözüm tekniğine dayalı elastik temele oturan FD kirişlerin statik ve serbest titreşim analizini sunmuştur. Aydogdu (2008) ve Aydogdu vd. (2013), Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanan yarı-ters yöntemi kullanarak aksel FD basit mesnetli kirişlerin doğal frekanslarını ve kritik burkulma yüklerini elde etmişlerdir. Turan ve Adiyaman (2023), çift yönlü FD gözenekli kirişlerin yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisine dayalı serbest titreşim ve burkulma davranışını incelemek için sonlu elemanlar yöntemini uygulamışlardır.

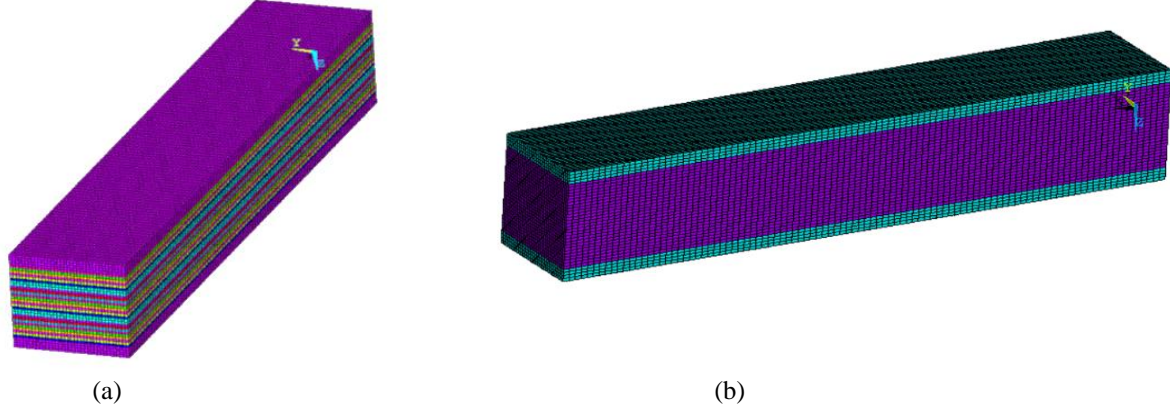
Kiani ve Eslami (2010, 2013) Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak çeşitli sınır koşullarına sahip FD kirişlerin termal burkulması için kapalı formda çözüm elde etmişlerdir. Alshorbagy vd. (2011) sonlu elemanlar yöntemini kullanarak FD kirişlerin serbest titreşim özelliklerini incelemişlerdir. Şimşek ve Al-Shujairi (2017), Timoshenko kiriş teorisini kullanarak sabit hızlarla hareket eden çift hareketli harmonik yüklerin etkisi altındaki FD sandviç kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimini sunmuşlardır. Bhangale ve Ganesan (2006) sonlu elemanlar yöntemini kullanarak termal ortamda kısıtlı viskoelastik tabakaya sahip FD sandviç kirişin burkulma ve titreşim davranışını incelemişlerdir. Kim ve Lee (2016, 2017), FD sandviç kirişlerin eğilme ve burulma analizleri için sonlu eleman formülasyonu sunmuşlardır. Wattanasakulpong ve Chaikittiratana (2015), FDM'lerden yapılmış gözenekli kirişlerin eğilme titreşim analizini çeşitli sınır koşulları ile gerçekleştirmişlerdir. Ebrahimi vd. (2016) sıcaklığa bağlı Euler FD gözenekli kirişlerin titreşim davranışı üzerindeki termal etkileri araştırmışlardır. Al Rjoub ve Hamad (2017), farklı sınır koşullarına sahip FD Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerin serbest titreşimini incelemek için analitik bir yöntem geliştirmişlerdir. Gao vd. (2019), FD gözenekli kirişlerin dinamik özelliklerini araştırmışlardır. Turan ve Kahya (2021) FD sandviç kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizlerini Navier yöntemi ile sunmuşlardır. Liu vd. (2019) Euler-Bernoulli hipotezine dayalı olarak dairesel sığ kemerlerin burkulma analizini sunmuşlardır. Jabbari vd. (2014) ve Mojahedin vd. (2016) gözeneklilik dağılımının doymuş gözenekli ince dairesel plakların burkulma davranışı üzerindeki etkisini sırasıyla klasik plak teorisi ve yüksek dereceli kayma deformasyon teorisine dayanarak tartışmışlardır. Su vd. (2019) konsantre bir enine yük altında FDG nano kirişlerin statik eğilme davranışını analitik olarak incelemişlerdir. Chen vd. (2019) bir FDG çekirdek ve iki izotropik homojen yüzey tabakasından oluşan yeni bir sandviç plaka önermiş ve burkulma analizi birinci mertebeden kayma teorisi ve Chebyshev-Ritz yöntemi ile gerçekleştirmişlerdir. Daikh ve Zenkour (2019) izotropik çekirdek ve iki FDG yüz tabakasına sahip bir sandviç plak geliştirmiş ve burkulma davranışı ve Navier çözüm prosedürü kullanılarak değerlendirmişlerdir. Jamshidi vd. (2019) Taguchi optimizasyon yöntemini kullanarak, uzunluk ve kalınlık yönleri boyunca değişen gözenekliliğe sahip FDG kirişlerin burkulma sonrası optimizasyon analizini sunmuşlardır. Fouaidi vd. (2020) FDG kirişlerin doğrusal olmayan eğilme davranışını araştırmışlardır. Turan vd. (2023), FD kirişlerin serbest titreşim ve eğilme analizini analitik olarak, sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla ve yapa zeka ile çözmüştür.

Yazarların bilgisine göre, literatür incelendiğinde FD gözenekli sandviç kirişlerin elastik ve viskoelastik davranışını ANSYS sonlu elemanlar metoduyla inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu çalışmanın amacı literatüre bu yönüyle katkı yapmaktır. Bu çalışmada, BEAM189 (kuadratik çubuk) elemanı kullanılarak FD sandviç kirişlerin zorlanmış dinamik titreşim analizi teorik olarak sonlu elemanlar yöntemi ile yapılmıştır. Analizlerde simetrik, üniform ve monolitik olmak üzere üç adet farklı gözenek fonksiyonu dikkate alınmıştır. Elastik ve viskoelastik incelemesinde ankastre-ankastre, ankastre-sabit, sabit-sabit ve ankastre serbest sınır koşulları ele alınmıştır. Malzeme değişim katsayısının, sönüm oranının, mesnet koşullarının ve gözenek fonksiyonlarının, FDG sandviç kirişlerin dinamik davranışı üzerindeki etkileri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu makale, şu şekilde düzenlenmiştir, ilk bölümde giriş ve literatür taraması sunulmuştur. İkinci bölümde malzeme fonksiyonları ve kullanılan metod anlatılmıştır. Üçüncü bölümde ise bu makale çalışmasının en önemli bulguları verilmiş ve yorumlanmıştır. Son bölümde makaleden elde edilen önemli sonuçlar değerlendirilmiş ve öneriler sunulmuştur.

MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada, ANSYS programı ile FDG sandviç kirişlerinin modellenmesinde 3 boyutlu kuadratik kiriş elemanı olan BEAM189 kullanılmıştır. Sönümsüz titreşim davranışı incelenirken herhangi bir sönüm oranı girilmemiştir. Sönümlü titreşim davranışı araştırılırken sadece rijitlik matrisin sönüm matrisine olan katkısı ele alınmıştır. Kütle matrisinin sönüm matrisine olan katkısı ise ihmal edilmiştir. Kullanılan BEAM189 elemanı kuadratik üç düğümlü çubuk elemanı olup her düğüm noktasında x,y,z yönlerinde ötelenme ve bu eksenler etrafında dönme olmak üzere toplam altı adet serbestlik derecesine sahiptir. Bu eleman Timoshenko kiriş teorisine dayalıdır. Kullanılan bu hazır

sonlu elemanın kabulleri, teorisi ve kısıtları ile ilgili bilgileri Ansys eleman refranslarında yer almaktadır. FD sandviç çubuklarına malzeme özellikleri atanırken excel programı yardımıyla hesaplanan değerler kullanılmıştır. Noori vd. (2020) tarafından yapılan çalışmada olduğu gibi çubuk kalınlığı boyunca 36 katmana ayrılmış ve önceden hesaplanan malzeme özellikleri her katmana ayrı ayrı girilmiştir. Kiriş uzunluk boyunca 100 adet sonlu elemana bölünmüştür. Yükleme, z eksenini doğrultusunda uygulanmıştır. Şekil 1, simetrik ve üniform gözenekli malzeme durumlarını göstermektedir.



Şekil 1. Gözenekli Çekirdeğe Sahip Olan (a) Simetrik ve (b) Üniform Malzemeli FD Sandviç Kirişin Modeli

L uzunluğunda, h kalınlığında ve b genişliğinde FD sandviç kirişi ele alınmıştır. Bu çalışmada kullanılan çubuk, farklı kalınlığa sahip 3 adet katmanlardan oluşmaktadır. Alt katman $\left(-\frac{h}{2} \leq z \leq -\frac{7h}{18}\right)$ ve üst katman $\left(+\frac{7h}{18} \leq z \leq +\frac{h}{2}\right)$ izotropik homojen malzemeden yapılmışken, çekirdek katmanı $\left(-\frac{7h}{18} \leq z \leq +\frac{7h}{18}\right)$ FDG malzemeden yapılmıştır. Çekirdek için kullanılan gözenekli malzemeler için üç farklı durum düşünülmüştür. Bu üç farklı malzeme durumu, simetrik porozite dağılımı, Monolitik gözeneklik dağılımı ve üniform gözeneklik dağılımı olarak dikkate alınmıştır. Bu çalışmada, Poison oranı sabit olarak kabul edilmiştir (Sankar (2001)). Bu bölümde kütleli yoğunluğun ve elastisite modülünün dağılımı verilecektir. Malzeme dağılım fonksiyonları, simetrik porozite durumu için denklem (1-9) üniform porozite durumu için denklem (10-18) ve monolitik durumu için denklem (19-27) olarak Wattanasakulpong ve Eiadtrong (2022) tarafından verilmiştir. Sınır koşulları ise Tablo (1)'de sunulmuştur.

Tablo 1. Sınır Koşulları

Mesnet Durumu	Sınır koşulları	
	i	j
Sabit-Sabit (S-S)	$U_x = U_y = U_z = 0$	$U_y = U_x = U_z = 0$
Ankastre – Serbest (A-SR)	$Rot_y = Rot_x = Rot_z = U_y = U_x = U_z = 0$	-----
Ankastre – Sabit (A-S)	$Rot_y = Rot_x = Rot_z = U_y = U_x = U_z = 0$	$U_y = U_x = U_z = 0$
Ankastre– Ankastre (A-A)	$Rot_x = Rot_z = Rot_y = U_y = U_x = U_z = 0$	$Rot_z = Rot_x = Rot_y = U_z = U_x = U_y = 0$

Kiriş kesiti 1296 sonlu elemandan oluşmaktadır ve ilk dört ve son dört katman izotropik homojen iken orta katmanlar FDG malzemelerden yapılmıştır. ANSYS Mechanical APDL'deki Custom Sections sekmesinde Edit/Built-up özelliği kullanılarak her katman için gerekli malzeme özellikleri tanımlanmıştır. Kirişler, uzunlukları boyunca 100 adet sonlu elemana bölünmüştür. ANSYS programı zorlanmış titreşim davranışı problemlerinin çözümünde adım adım zaman integrasyon yöntemi veya Newmark yöntemini kullanmaktadır.

$$\text{Üst Katman} \quad E(z) = E_1 \quad (1)$$

$$G(z) = G_1 \quad (2)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \quad (3)$$

$$\text{Çekirdek} \quad E(z) = E_1 \left[1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h_c}\right) \right] \quad (4)$$

$$G(z) = G_1 \left[1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h_c}\right) \right] \quad (5)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \left[1 - e_m \cos\left(\frac{\pi z}{h_c}\right) \right] \quad (6)$$

$$E(z) = E_2 \quad (7)$$

$$\text{Alt katman} \quad G(z) = G_2 \quad (8)$$

$$\rho(z) = \rho_2 \quad (9)$$

$$E(z) = E_1 \quad (10)$$

$$\text{Üst katman} \quad G(z) = G_1 \quad (11)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \quad (12)$$

$$E(z) = E_1 [1 - e_0 \varphi] \quad (13)$$

$$\text{Çekirdek} \quad G(z) = G_1 [1 - e_0 \varphi] \quad (14)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \sqrt{1 - e_0 \varphi} \quad (15)$$

$$E(z) = E_2 \quad (16)$$

$$\text{Alt katman} \quad G(z) = G_2 \quad (17)$$

$$\rho(z) = \rho_2 \quad (18)$$

$$E(z) = E_1 \quad (19)$$

$$\text{Üst Katman} \quad G(z) = G_1 \quad (20)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \quad (21)$$

$$E(z) = E_1 \left[1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z h_c}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (22)$$

$$\text{Çekirdek} \quad G(z) = G_1 \left[1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z h_c}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (23)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \left[1 - e_m \cos\left(\frac{\pi z h_c}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (24)$$

$$E(z) = E_1 \quad (25)$$

$$\text{Alt katman} \quad G(z) = G_1 \quad (26)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \quad (27)$$

burada h_c çekirdek kalınlığı ve φ ise,

$$\varphi = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e_0} \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{1 - e_0} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 \quad (28)$$

denklemleri ile verilmektedir. Yukarıdaki denklemlerde, e_0 porozite katsayısı, E_1 , G_1 ve ρ_1 sırasıyla maksimum elastisite modülünü, kayma modülünü ve kütleli yoğunluğu temsil eder. Kütleli yoğunluk için gözeneklilik katsayısı (e_m) aşağıdaki denklem ile elde edilebilir.

$$e_m = 1 - \sqrt{1 - e_0} \quad (29)$$

Bu çalışmada yapılan viskoelastik analiz için [C], denklem [30]'de verilmektedir.

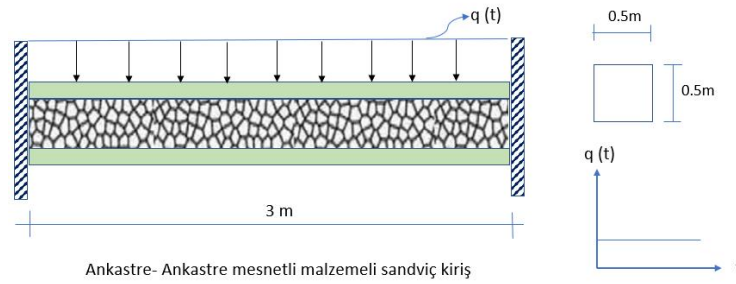
$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (30)$$

Bu denklemlerde, α , kütle matrisi çarpanını, $[M]$, kütle matrisini, β , rijitlik matrisi çarpanını ve $[K]$ = rijitlik matrisini temsil etmektedir. Bu çalışmada α değeri sıfır alınarak kütle matrisinin sönüm matrisine olan etkisi ihmal edilmiştir. Yapısal sönüm oranları ile β katsayısı arasındaki ilişki $\beta = 2\zeta_i/w_i$ şeklindedir. Bu denklemde ζ_i yapısal sönüm oranı, w_i ise yapısal serbest titreşim frekanslarıdır.

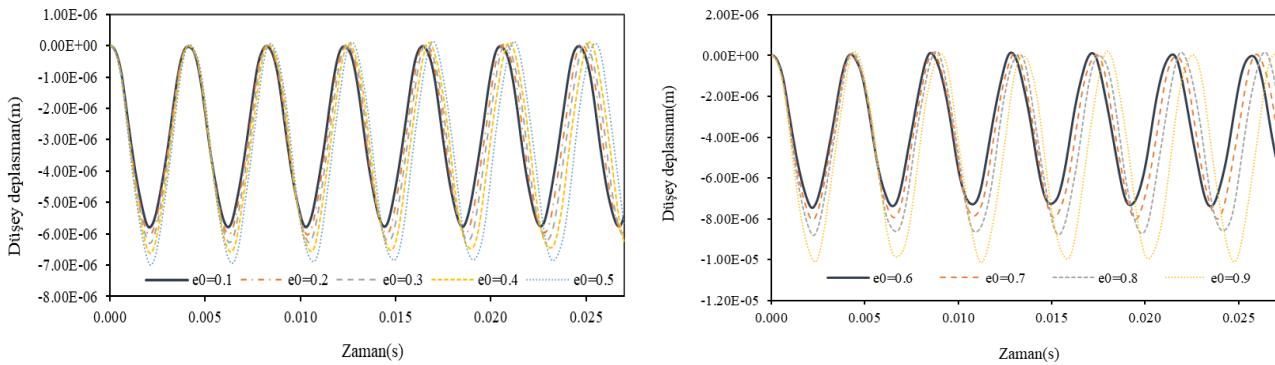
BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, FD sandviç kirişin elastik davranışlarını incelenirken 512 zaman adım ve viskoelastikte ise 256 zaman adım dikkate alınmıştır. Al-itbi ve Noori (2022) FDG kirişlerin serbest titreşim davranışını incelemiştir. Çalışmalarından elde edilen frekans değerlerinden periyotlar hesaplanmıştır. Bu çalışmada, altı periyot için çözüm yapılmıştır. Noori et al. (2018) Newmark metodunu kullanarak FD kirişin zorlanmış titreşimi araştırmıştır.

Hesaplamalarda kirişin altı periyodunu 32,64,128,256 ve 512 zaman adım için çözmüştür, 256 ve 512 zaman adımı için elde edilen sonuçların birbirine yakın olduğunu ve 512 adımdan sonra sonuçların değişmediğini rapor etmiştir. İlk sayısal uygulama olarak, şekil 2’de verilen iki ucu ankastre mesnetli ve çekirdeği üniform gözenekli malzemeden yapılmış olan sandviç kirişin elastik zorlanmış titreşim davranışı sonlu elemanlar yöntemi ile araştırılmıştır. Ele alınan kirişe $q_0 = 10.000 \text{ N/m}$ düzgün yayılı dinamik yük etki etmektedir. Dinamik yük olarak adım tipi fonksiyonu dikkate alınmıştır. Malzeme özellikleri ise $E_1 = 200 \times 10^9 \text{ pa}$, $G_1 = 76 \times 10^9 \text{ pa}$ ve $\rho_1 = 7850 \text{ kg/cm}^3$ değerleri olarak alınmıştır. Kirişin uzunluğu 3 m, enkesit genişliği 0.5 m, ve enkesit yüksekliği ise 0.5 m olarak belirlenmiştir. Kiriş boyutlarının bu şekilde seçilmesinin herhangi bir sebebi olmayıp parametrik çalışmalar için tercih edilmiştir. Kirişin üst ve alt katmanı izotropik homojen olup çelikten yapılmıştır. Newmark metodu ile çözüm yapılırken toplam süre 512 zaman adımına bölünmüştür. Bu uygulamanın temel amacı üniform gözenekli sandviç kirişi durumunda gözeneklilik katsayısının zorlanmış titreşim üzerindeki etkilerini araştırmaktır. Bu uygulama için elde edilen en büyük düşey yer değiştirme değerlerinin zaman ile değişimi şekil 3’te grafik formunda sunulmuştur.

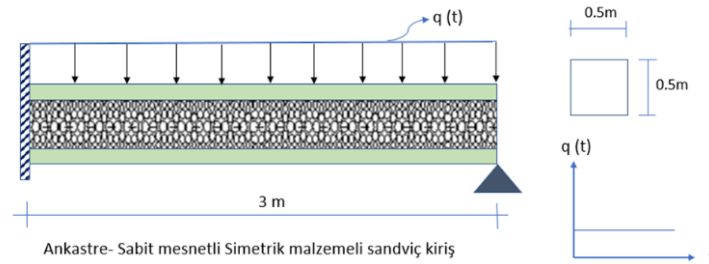


Şekil 2. Dinamik Yük Etkisinde Üniform Malzemeli FD Sandviç Kiriş ve Adım Tipi Yükleme



Şekil 3. Üniform Malzemeli A – A Mesnetli Sandviç Kirişinin Porozite Oranına Göre Düşey Deplasman Değişimi

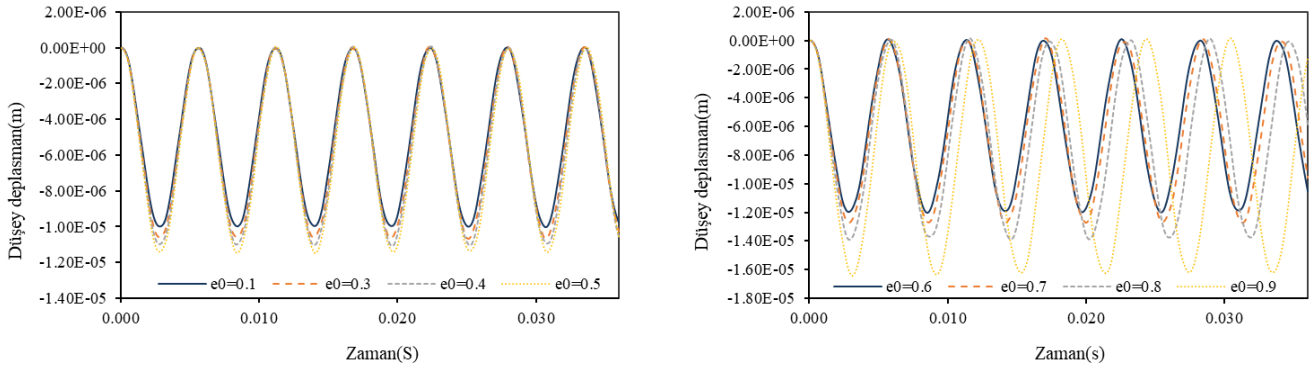
İkinci uygulamada, simetrik gözenekli malzemeden yapılmış bir sandviç kiriş ele alınmıştır. Bu kirişin (şekil 4) bir ucu ankastre diğer ucu ise sabit mesnetli olarak modellenmiştir. Kirişe, $q_0 = 10.000 \text{ N/m}$ düzgün yayılı dinamik yük uygulanmış ve adım tipi fonksiyonu olarak belirlenmiştir. Kirişin orta noktası için elde edilen düşey yer değiştirme değerlerinin zamanla değişimi, şekil 5’te verilmiştir.



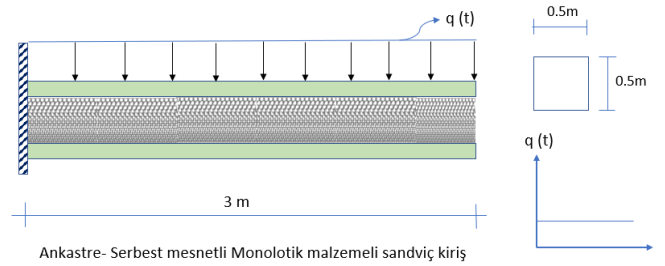
Şekil 4. Dinamik Yük Etkisinde Simetrik Malzemeli FD Sandviç Kiriş ve Adım Tipi Yükleme

Üçüncü uygulama olarak şekil 6’da verilen bir ucu ankastre ve diğer ucu serbest mesnetli ve çekirdeği monolitik gözenekli malzemeden yapılmış olan sandviç kirişin elastik zorlanmış titreşim davranışı sonlu elemanlar yöntemi ile

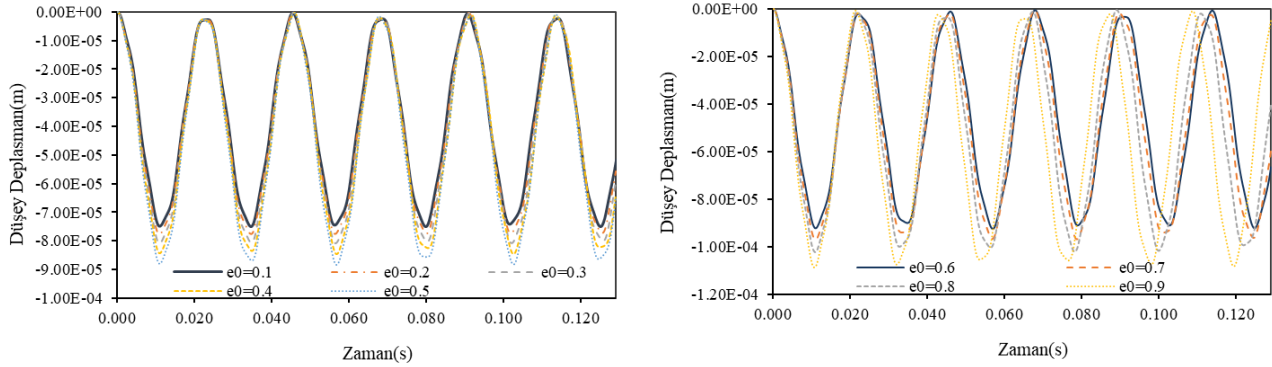
araştırılmıştır. Yükleme, malzeme ve geometrik özellikleri önceki örnek gibi alınmıştır. A – SR mesnet durumunun elastik davranışına ait altı periyot için sonuçlar Şekil 7’de verilmiştir.



Şekil 5. Simetrik Malzemeli A – S Mesnetli Sandviç Kirişinin Porozite Oranına Göre Düşey Deplasmanın Değişimi



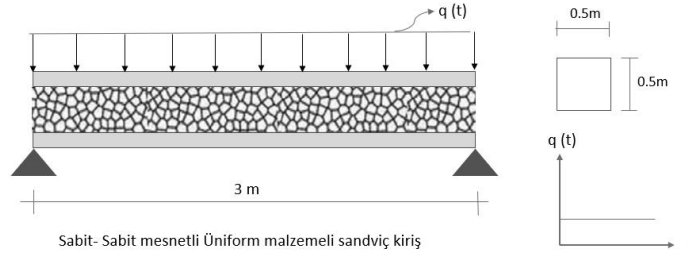
Şekil 6. Dinamik Yük Etkisinde Monolitik Malzemeli FD Sandviç Kiriş ve Adım Tipi Yükleme



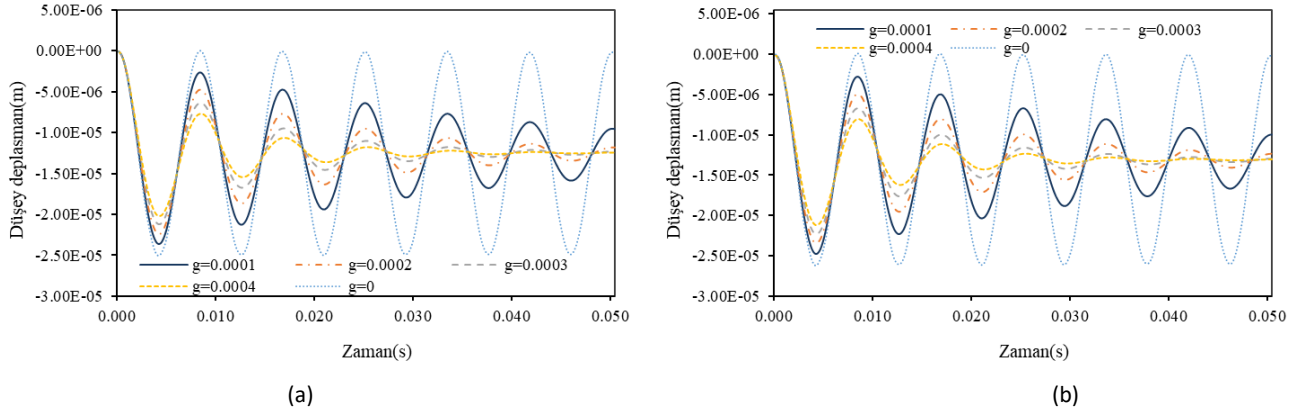
Şekil 7. Monolitik Malzemeli A–Sr Sandviç Kirişinin Porozite Oranına Göre Düşey Deplasmanın Değişimi

Şekil 3,5 ve 7 incelendiğinde tüm malzeme fonksiyonları ve sınır şartları için malzeme değişim katsayısı arttıkça titreşim genlik değerlerinin ve titreşim periyotlarının arttığı görülmektedir. Bunun sebebi ise gözeneklik oranı ile sistemin rijitliğinin ters orantılı olmasıdır, örneğin gözeneklik oranı arttıkça kirişin rijitliği düşmektedir.

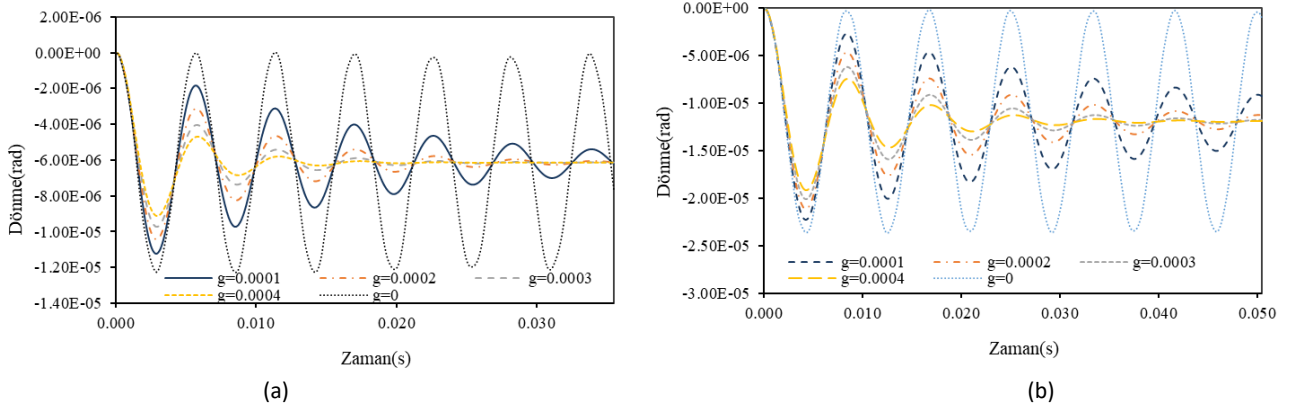
Dördüncü uygulama olarak, Şekil 8’de verilen iki ucu sabit mesnetli ve çekirdeği üniform gözenekli malzemeden yapılmış olan sandviç kirişin viskoelastik zorlanmış titreşim davranışı sonlu elemanlar yöntemi ile araştırılmıştır. Ele alınan kirişe $q_0 = 10.000 \text{ N/m}$ düzgün yayılı dinamik yük etki etmektedir. Dinamik yük olarak adım tipi fonksiyonu dikkate alınmıştır. Malzeme özellikleri ve geometrik özellikleri ise önceki örneklerdeki gibi alınmıştır. Bu çalışmada, kelvin tipi sönüm modeli kullanılmıştır. Kelvin tipi sönüm modelindeki g değeri β değerine eşit olduğundan grafikler üzerinde sönüm oranı β yerine g ile ifade edilmiştir. Elastik çözüm ve farklı sönüm oranları için viskoelastik çözümler elde edilmiştir. Kirişin orta noktasında hesaplanan düşey deplasman değerleri için elde edilen sonuçlar Şekil 9’da ve mesnette oluşan dönme değerlerinin zamanla değişimi ise Şekil 10’da çizilmiştir.



Şekil 8. Dinamik Yük Etkisinde Üniform Malzemeli S-S Mesnetli FD Sandviç Kiriş ve Adım Tipi Yükleme



Şekil 9. Üniform Malzemeli S – S Mesnetli Sandviç Kirişinin Deplasmanın Değişimi ((a) $e_0=0.4$, (b) $e_0=0.5$)



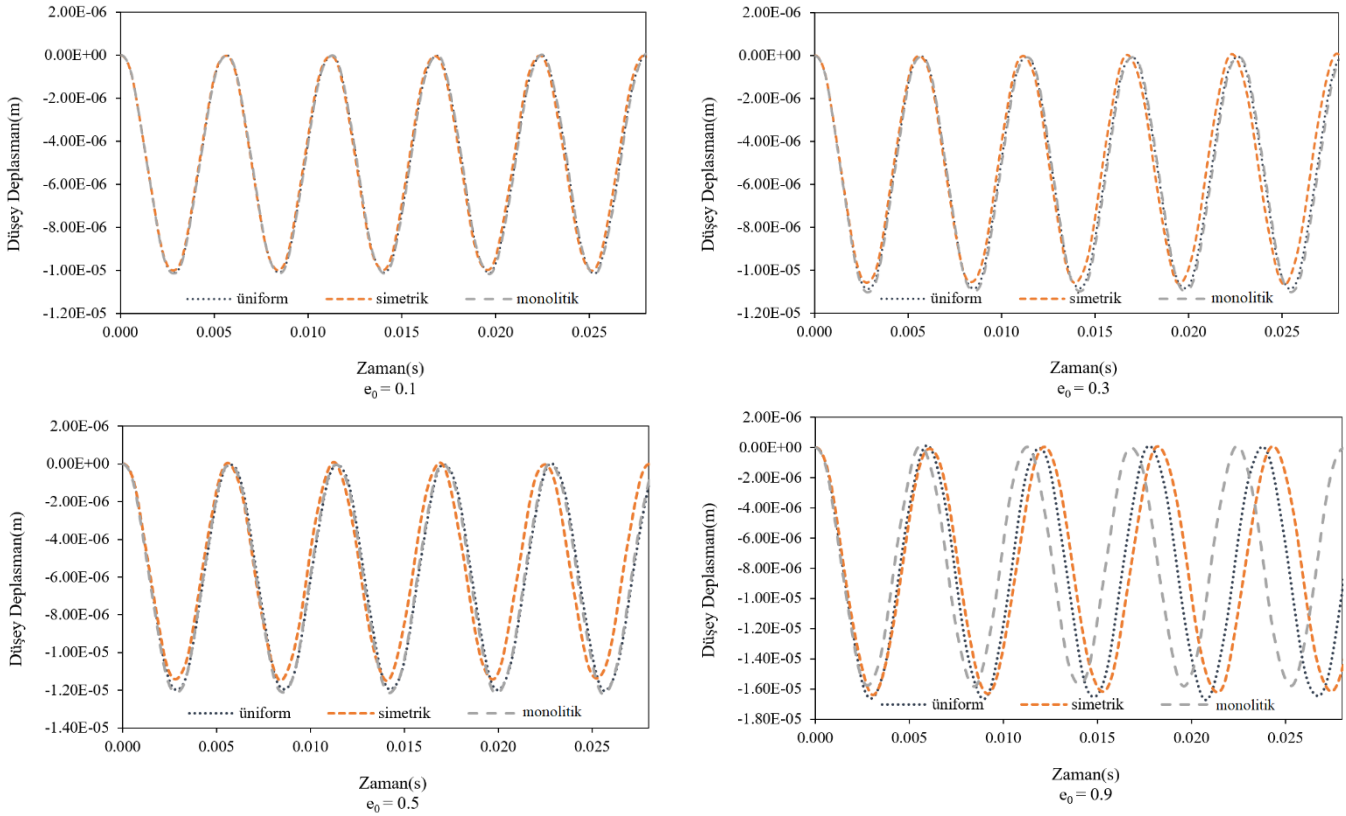
Şekil 10. Üniform Malzemeli S – S Mesnetli Kirişinin Dönme Değerlerinin Değişimi ((a) $e_0=0.2$, (b) $e_0=0.3$)

Şekil (9-10)'dan da görüldüğü gibi elastik durumda, dinamik davranışa ait düşey deplasman ve dönme değerleri, statik değerlerin etrafında salınım yapmaya devam ederken, viskoelastik durumda bu salınım genlikleri zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır. Şekillerden de anlaşılacağı gibi, sönüm oranının artması, titreşim genliklerinin daha hızlı bir şekilde statik değere yaklaşmasına neden olmaktadır. Viskoelastik durumda, yer değiştirme salınım genlikleri sönüm oranı arttıkça belirgin bir şekilde azalmaktadır. Elastik durumda ($\beta = g = 0$ olduğunda) titreşim genliklerin düşmediği görülmüştür. Gerçek problemlerinin sönüm oranını belirlerken yapısal sönüm oranları kullanılabilir. Yapısal sönüm oranlar ile β katsayısı arasındaki ilişki daha önceki bölümde verilmiştir.

Makalenin bu aşamasında farklı malzeme durumları için elde edilen değerlerin karşılaştırılması şekil (11)'de verilmektedir. Malzeme durumlarının karşılaştırılması için ankastre - sabit mesnetli kiriş ele alınmıştır. Ele alınan kirişin geometrik özellikleri, malzeme mekanik özellikleri ve yükleme durumları önceki örnekler ile aynı alınmıştır.

Şekil 11 incelendiğinde ise malzeme fonksiyonlarının dinamik davranış sonuçlarını önemli ölçüde etkilediği görülmektedir. Örneğin $e_0 = 0.1$ değeri için simetrik malzemeli kirişin yer değiştirmeleri en küçük değerleri alırken yine aynı malzeme $e_0 = 0.9$ için diğer iki malzeme fonksiyonuna göre en büyük değerleri almaktadır. $e_0 = 0.5$ için

elde edilen sonuçlara bakıldığında ise monolitik ve üniform malzeme fonksiyonlarının sonuçları birbiriyle örtüşürken simetrik malzeme durumu için elde edilen düşey deplasmanlar daha küçük değerler almaktadır.



Şekil 11. A – S Mesnetli Kiriş İçin Malzeme Değişimine Göre Düşey Deplasman Değişimi

SONUÇLAR

Bu çalışmada, FDG malzemeden yapılmış sandviç kirişlerin elastik ve viskoelastik zorlanmış titreşim davranışı teorik olarak incelenmiştir. Üç tabakadan oluşan sandviç kirişin alt ve üst katmanı izotropik homojen ve çekirdek tabakası ise gözenekli malzemeli olarak modellenmiştir. Modellen kirişlerin sonlu elemanlar metodu ile analiz edilebilmesi için ANSYS programı kullanılmıştır. Bu çalışmanın en önemli sonuçları şöyle özetlenebilir.

- Üniform, simetrik ve monolitik gözenekli malzeme durumları için porozite katsayısı arttıkça yer değiştirme ve dönme sonuçları için titreşim genlik değerlerinin ve titreşim periyotlarının arttığı görülmüştür.
- Sınır koşulları açısından karşılaştırma ise, titreşim genlik değerleri ankastre – ankastre, ankastre–sabit ve ankastre – serbest mesnetler için küçükten büyüğe doğru sıralanabilir.
- Malzeme dağılım fonksiyonlarının karşılaştırılması sonucunda ise $e_0 = 0.1$ porozite katsayısı için elde edilen sonuçların birbirine yakın olduğu görülmüştür.
- $e_0 = 0.3$ katsayısı için ise monolitik malzeme fonksiyonun sonuçları en büyük değerleri alırken simetrik gözeneklik dağılımı için elde edilen sonuçlar en küçük değerleri almaktadır.
- $e_0 = 0.5$ durumu için elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında ise monolitik ve üniform malzeme fonksiyonları için elde edilen değerlerinin yakın olduğu ve simetrik malzeme durumu için elde edilen sonuçların diğer malzeme durumlarına göre daha küçük değerler aldığı gözlemlenmiştir.
- $e_0 = 0.9$ durumunda ise en büyük değerlerin simetrik malzeme durumunda olduğu ve en küçük değerlerinin ise monolitik malzeme durumunda olduğu ortaya çıkmıştır.

KAYNAKLAR

Ai, Q., & Weaver, P. M. (2016). Simplified analytical model for tapered sandwich beams using variable stiffness materials. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 19(1), 3-25. <https://doi.org/10.1177/1099636215619775>

- Ait Atmane H., Tounsi A., & Bernard, F. (2017). Effect of thickness stretching and porosity on mechanical response of a functionally graded beams resting on elastic foundations. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 13, 71-84. <https://doi.org/10.1007/s10999-015-9318-x>
- Akbas Ş. D. (2015). Free vibration and bending of functionally graded beams resting on elastic foundation. *Res. Eng. Struct. Mat.*, vol. 1, no. 1, pp. 25–37, 2015. <http://dx.doi.org/10.17515/resm2015.03st0107>
- Akbaş, Ş. D. (2018). Forced vibration analysis of functionally graded porous deep beams. *Composite Structures*, 186, 293-302. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.12.013>
- Al Rjoub, Y.S., & Hamad, A.G(2017). Free vibration of functionally Euler-Bernoulli and Timoshenko graded porous beams using the transfer matrix method. *KSCE J. Civ. Eng.* 21, 792–806. <https://doi.org/10.1007/s12205-016-0149-6>
- Al-Itbı, S. K., & Noori, A. R. (2022). Influence of porosity on the free vibration response of sandwich functionally graded porous beams. *Journal of Sustainable Construction Materials and Technologies*, 7(4). <https://doi.org/10.47481/jscmt.1165940>
- Alshorbagy E.A. , Eltahaer A.M., & Mahmoud F. F. (2011) Free vibration characteristics of a functionally graded beam by finite element method, *Appl. Math. Model.*, vol. 35, no. 1, pp. 412–425. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.07.006>
- Amirani, M. C., Khalili, S. M. R., & Nemati, N. (2009). Free vibration analysis of sandwich beam with FG core using the element free Galerkin method. *Composite structures*, 90(3), 373-379. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.03.023>
- Aydogdu M. (2008). Semi-inverse method for vibration and buckling of axially functionally graded beams. *J. Reinf. Plast.Compos.*, vol. 27, no. 7, pp. 683–691. <https://doi.org/10.1177/0731684407081369>
- Aydogdu M., & Taskin V. (2007). Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges. *Mater. Des.*, vol. 28, no. 5, pp. 1651–1656. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2006.02.007>
- Aydogdu M., Maroti G., & Elishakoff I. (2013). A note on semiinverse method for buckling of axially functionally graded beams. *J. Reinf. Plast.Compos.*, vol. 32, no. 7, pp. 511–512. <https://doi.org/10.1177/0731684412474999>
- Bhangale R. K., & Ganesan N. (2006). Thermoelastic buckling and vibration behavior of a functionally graded sandwich beam with constrained viscoelastic core. *J. Sound Vib.*, vol. 295, no. 1–2, pp. 294–316.
- Celebi K., & Tutuncu N. (2014). Free vibration analysis of functionally graded beams using an exact plane elasticity approach. *Proc. IMechE Part C: J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 228, no. 14, pp. 2488–2494. <https://doi.org/10.1177/0954406213519974>
- Chen D, Yang J, Kitipornchai S. (2019). Buckling and bending analyses of a novel functionally graded porous plate using Chebyshev-Ritz method. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* ;19(1):157-170. <https://doi.org/10.1016/j.acme.2018.09.004>
- Chen, D., Kitipornchai, S., & Yang, J. (2016). Nonlinear free vibration of shear deformable sandwich beam with a functionally graded porous core. *Thin-Walled Structures*, 107, 39-48. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2016.05.025>

- Chu P., X.F. Li, Wu J.X., & Lee K.Y. (2015). Two-dimensional elasticity solution of elastic strips and beams made of functionally graded materials under tension and bending, *Acta Mech.* vol. 226, no. 7, pp. 2235–2253. <https://doi.org/10.1007/s00707-014-1294-y>
- Daikh, A.A., & Zenkour, A.M. (2019). Free vibration and buckling of porous power-law and sigmoid functionally graded sandwich plates using a simple higher-order shear deformation theory. *Materials Research Express.* 6(11):115707. <https://doi.org/10.1088/2053-1591/ab48a9>
- Daouadji T. H., Henni A. H., Tounsi A., & El Abbas A. B. (2013). Elasticity solution of a cantilever functionally graded beam. *Appl. Compos. Mater.*, vol. 20, no. 1, pp. 1–15. <https://doi.org/10.1007/s10443-011-9243-6>
- Das, S., & Sarangi, S. K. (2016, September). Static analysis of functionally graded composite beams. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 149, No. 1, p. 012138). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/149/1/012138>
- Ding, D.H., Huang, D.J., & Chen, W.Q. (2007). Elasticity solutions for plane anisotropic functionally graded beams. *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, no. 1, pp. 176–196. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.04.026>
- Ebrahimi, F., Ghasemi, F., & Salari, E. (2016). Investigating thermal effects on vibration behavior of temperature-dependent compositionally graded Euler beams with porosities. *Meccanica* 51, 223–249. <https://doi.org/10.1007/s11012-015-0208-y>
- Fouaidi, M., Jamal, M., & Belouaggadia N. (2020). Nonlinear bending analysis of functionally graded porous beams using the multiquadric radial basis functions and a Taylor series-based continuation procedure. *Composite Structures*, 252:112593. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112593>
- Gao, K., Li, R., & Yang, J. (2019). Dynamic characteristics of functionally graded porous beams with interval material properties. *Eng. Struct.* 197, 109441. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109441>
- Huang D.J., Ding D.H., & Chen W.Q.. (2007). Analytical solution for functionally graded anisotropic cantilever beam subjected to linearly distributed load. *Appl. Math. Mech.*, vol. 28, no. 7, pp. 855– 860. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.04.026>
- Huang, D.J. Ding, D.H., & Chen. W.Q. (2009) . Analytical solution and semi-analytical solution for anisotropic functionally graded beam subject to arbitrary loading. *Sci. China Phys. Mech. Astron.*, vol. 52, no. 8, pp. 1244–1256. <https://doi.org/10.1007/s11433-009-0152-8>
- Jabbari M., Mojahedin A., Khorshidvand A.R., & Eslami M.R. (2014). Buckling Analysis of a Functionally Graded Thin Circular Plate Made of Saturated Porous Materials. *Journal of Engineering Mechanics*,140(2):287-295. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000663](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000663)
- Jamshidi M, Arghavani J, & Maboudi G. (2019). Post-buckling optimization of two-dimensional functionally graded porous beams. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*,15(4):801-815. <https://doi.org/10.1007/s10999-019-09443-3>
- Kiani Y., & Eslami M. R. (2010). Thermal buckling analysis of functionally graded material beams. *Int. J. Mech. Mater. Des.*, vol. 6, no. 3, pp. 229–238. <https://doi.org/10.1007/s10999-010-9132-4>
- Kiani Y., & Eslami M. R. (2013). Thermomechanical buckling of temperature dependent FGM beams. *Lat. Am. J. Solids Struct.*, vol. 10, no. 2, pp. 223–246. <https://doi.org/10.1590/S1679-78252013000200001>

- Kim N., & Lee J. (2016). Theory of thin-walled functionally graded sandwich beams with single, and double-cell sections. *Compos. Struct.*, vol. 157, pp. 141–154. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.07.024>
- Kim N., & Lee J. (2017). Flexural-torsional analysis of functionally graded sandwich I-beams considering shear effects. *Compos. Part B-Eng.*, vol. 108, pp. 436–450. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.09.092>
- Liu Z., Yang C., Gao W., Wu D., & Li G. (2019). Nonlinear behaviour and stability of functionally graded porous arches with graphene platelets reinforcements. *International Journal of Engineering Science*, 137:37-56. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.12.003>
- Mojahedin A., Jabbari M., Khorshidvand A.R., & Eslami M.R. (2016). Buckling analysis of functionally graded circular plates made of saturated porous materials based on higher order shear deformation theory. *Thin-Walled Structures*; 99:83-90. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.11.008>
- Naderi A., & Saidi. A.R. (2013). Bending–stretching analysis of moderately thick functionally graded anisotropic wide beams. *Arch. Appl. Mech.*, vol. 83, no. 9, pp. 1359–1370. <https://doi.org/10.1007/s00419-013-0751-8>
- Njim, E. K., Bakhi, S. H., & Al-Waily, M. (2022). Experimental and numerical flexural properties of sandwich structure with functionally graded porous materials. *Engineering and Technology Journal*, 40(01), 137-147. <https://doi.org/10.30684/etj.v40i1.2184>
- Noori, A. R., Aslan, T. A., & Temel, B. (2018). Damped transient response of in-plane and out-of-plane loaded stepped curved rods. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 40, 1-25. <https://doi.org/10.1007/s40430-017-0949-8>
- Noori A. R., Rasooli H., Aslan T. A., & Temel B. (2020). Fonksiyonel derecelenmiş sandviç kirişlerin tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi ile statik analizi. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 35(4), 1091-1102. <https://doi.org/10.21605/cukurovaummfd.869180>
- Noori, A. R., Aslan, T. A., & Temel, B. (2020). Static analysis of FG beams via complementary functions method. *European Mechanical Science*, 4(1), 1-6. <https://doi.org/10.26701/ems.590864>
- Rezaiee-Pajand, M., Masoodi, A. R., & Mokhtari, M. (2018). Static analysis of functionally graded non-prismatic sandwich beams. *Adv. Comput. Des*, 3(2), 165-190. <https://doi.org/10.12989/acd.2018.3.2.165>
- Sankar, B. V. (2001). An elasticity solution for functionally graded beams. *Compos. Sci. Technol.*, vol. 61, no. 5, pp. 689–696. [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(01\)00007-0](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(01)00007-0)
- Srikarun, B., Songsuwan, W., & Wattanasakulpong, N. (2021). Linear and nonlinear static bending of sandwich beams with functionally graded porous core under different distributed loads. *Composite Structures*, 276, 114538. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114538>
- Su J., Xiang Y., Ke L-L., & Wang Y-S. (2019). Surface effect on static bending of functionally graded porous nanobeams based on Reddy's Beam Theory. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 19(06):1950062 <https://doi.org/10.1142/S0219455419500627>
- Şimşek M., & Al-Shujairi M. (2017) Static, free and forced vibration of functionally graded (FG) sandwich beams excited by two successive moving harmonic loads. *Compos. Part B-Eng.*, vol. 108, pp. 18–34, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.09.098>

- Turan, M. (2022). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizi. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 10(4), 1362-1374. <https://doi.org/10.21923/jesd.1134356>
- Turan, M., & Adiyaman, G. (2023). Free vibration and buckling analysis of porous two-directional functionally graded beams using a higher-order finite element model. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 1-20. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-00898-5>
- Turan M., & Kahya V. (2021). Free vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich beams by Navier's method. *J. Fac. Eng. Archit. Gazi Univ.* 36, 743–75. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.599928>
- Turan, M., Uzun Yaylacı, E., & Yaylacı, M. (2023). Free vibration and buckling of functionally graded porous beams using analytical, finite element, and artificial neural network methods. *Archive of Applied Mechanics*, 93(4), 1351-1372. <https://doi.org/10.1007/s00419-022-02332-w>
- Venkataraman S., & Sankar B.V. (2003). Elasticity solution for stresses in a sandwich beam with functionally graded core, *AIAA J.*, vol. 41, no. 12, pp. 2501–2505. <https://doi.org/10.2514/2.6853>
- Vo T. P., Thai H. T., Nguyen T. K. & Inam F. (2014). Static and vibration analysis of functionally graded beams using refined shear deformation theory. *Meccanica*, 49, 155-168. <https://doi.org/10.1007/s11012-013-9780-1>
- Wattanasakulpong N., & Chaikittiratana A. (2015). Flexural vibration of imperfect functionally graded beams based on Timoshenko beam theory: Chebyshev collocation method. *Meccanica* 50, 1331–1342. <https://doi.org/10.1007/s11012-014-0094-8>
- Wattanasakulpong, N., & Eiadtrong, S. (2022). Transient Responses of Sandwich Plates with a Functionally Graded Porous Core: Jacobi–Ritz Method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2350039. <https://doi.org/10.1142/S0219455423500396>
- Xu Y., Yu T., & Zhou D., Two-dimensional elasticity solution for bending of functionally graded beams with variable thickness. *Meccanica*, vol. 49, no. 10, pp. 2479–2489, 2014. <https://doi.org/10.1007/s11012-014-9958-1>
- Ying J., Lu C.F., & Chen W.Q.. (2008). Two-dimensional elasticity solutions for functionally graded beams resting on elastic foundations. *Compos. Struct.*, vol. 84, no. 3, pp. 209–219. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.07.004>
- Zhao, J., Wang, Q., Deng, X., Choe, K., Xie, F., & Shuai, C. (2019). A modified series solution for free vibration analyses of moderately thick functionally graded porous (FGP) deep curved and straight beams. *Composites Part B: Engineering*, 165, 155-166. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.11.080>
- Zhong Z., & Yu T. (2007). Analytical solution of a cantilever functionally graded beam. *Compos. Sci. Technol.*, vol. 67, no. 3–4, pp. 481–488, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2006.08.023>